

EXERCICE 1 6 points

Pour chaque question, reporter son numéro sur la copie et indiquer la réponse sachant qu'une seule réponse est possible parmi les quatre proposées mais aucune justification n'est demandée.

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = 3n^2 + 5$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 3(n+1)^2 + 5 \\ &= 3(n^2 + 2n + 1) + 5 \\ &= 3n^2 + 6n + 3 + 5 \\ &= 3n^2 + 6n + 8 \end{aligned}$$

Alors on a :

① $u_{n+1} = 3n^2 + 6$

② $u_{n+1} = 3n^2 + 8$

③ $u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 8$

④ $u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 5$

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par

$$v_{n+1} = (n+2)v_n$$

$$\begin{aligned} v_0 &= 1 \\ v_1 &= (0+2)v_0 = 2 \times 1 = 2 \\ v_2 &= (1+2)v_1 = 3 \times 2 = 6 \end{aligned}$$

Alors le terme v_2 de la suite (v_n) est égal à :

① 2

② 6

③ 24

④ 120

3. On considère un algorithme écrit en langage PYTHON.

Pour la valeur $n = 4$, le résultat affiché sera :

① 4

② 100

③ 52

④ 196

suite(n)

w = 10

for k in range (1,n) :

w = 2 * w - 4

return w

$n=4$
 $w_0 = 10$
 $w_1 = 2 \times 10 - 4 = 16$
 $w_2 = 2 \times 16 - 4 = 28$
 $w_3 = 2 \times 28 - 4 = 52$

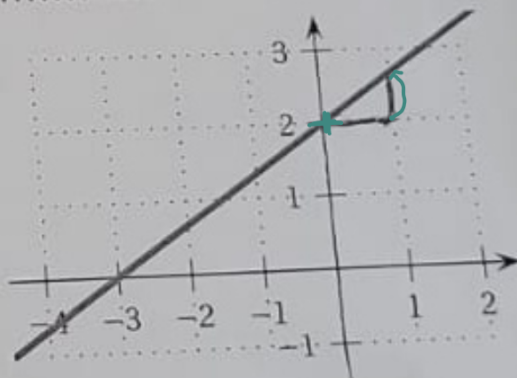
4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on a tracé une droite Δ d'équation :

① $y = \frac{3}{2}x + 2$

② $y = \frac{2}{3}x + 2$

③ $y = -3x + 2$

④ $y = 2x - 3$



5. Le prix initial d'un article est noté p .

Ce prix baisse de 30 % puis augmente de 40 %.

À l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté p' .

Alors on peut affirmer que :

① p' est le produit de 1,1 par p

② p' est le produit de 0,98 par p

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{30}{100}\right) \times \left(1 + \frac{40}{100}\right) \\ &= (1 - 0,3)(1 + 0,4) \\ &= 0,7 \times 1,4 = 0,98 \end{aligned}$$

③ p' est le produit de 1,02 par p

④ p' est le produit de 0,12 par p

6. Un train parcourt 270 kilomètres en 1 heure et 30 minutes.

Alors sa vitesse moyenne en mètres par seconde (m/s) est :

① 40 m/s

② 50 m/s

③ 75 m/s

④ 120 m/s

$$V = \frac{d}{t} = \frac{270}{1,5} = 180 \text{ km/h}$$

$$\begin{array}{r} 270 : 1,5 \\ \underline{-150} \quad 15 \\ 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \times \frac{10}{36} = \frac{1800}{36} = 50 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Le réel

est égal à :

- ① 13
- ② 3

$$(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{8})^2 - 2 \times \sqrt{8} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$

$$= 8 - 2\sqrt{40} + 5$$

$$\textcircled{3} 13 - \sqrt{40} = 13 - 2\sqrt{10}$$

$$\textcircled{4} 13 - 4\sqrt{10} = 13 - 2 \times 2\sqrt{10}$$

$$= 13 - 2 \times \sqrt{40}$$

$$= 13 - 2 \times 2\sqrt{10}$$

$$= 13 - 4\sqrt{10}$$

8. La forme factorisée de l'expression

est :

$$\textcircled{1} 4(x-2)^2$$

$$\textcircled{2} (2x-1)(2x+5)$$

$$= (\underbrace{2(x+1)}_a) - \underbrace{3^2}_b - 9$$

$$= (2(x+1) - 3)(2(x+1) + 3)$$

$$= (2x+2-3)(2x+2+3)$$

$$= (2x-1)(2x+5)$$

$$\textcircled{3} (4x+1)(4x+7)$$

$$\textcircled{4} 4(x-2)(x+4)$$

9. Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on a représenté une fonction p définie par

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

$$c = p(0)$$

où a , b et c désignent trois réels inconnus.

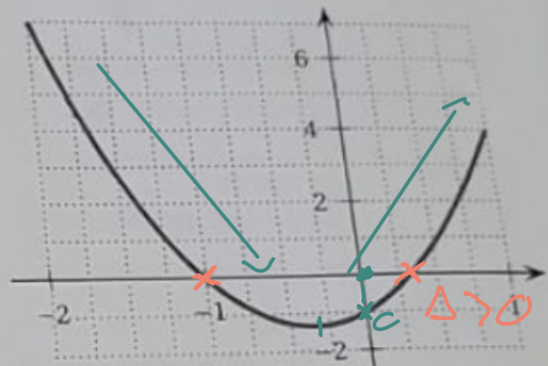
Alors on peut affirmer que :

$$\textcircled{1} a > 0 \text{ et } c > 0$$

$$\textcircled{2} a > 0 \text{ et } c < 0$$

$$\textcircled{3} a < 0 \text{ et } c > 0$$

$$\textcircled{4} a < 0 \text{ et } c < 0$$



10. Dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$, l'équation

$$2\cos(x) - \sqrt{3} = 0$$

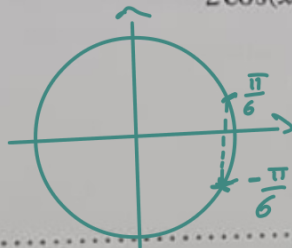
$$2\cos(x) = \sqrt{3}$$

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

a pour solutions

$$\textcircled{1} -\frac{\pi}{6} \text{ et } \frac{\pi}{6}$$

$$\textcircled{2} -\frac{\pi}{4} \text{ et } \frac{\pi}{4}$$



$$\textcircled{3} -\frac{\pi}{3} \text{ et } \frac{\pi}{3}$$

$$\textcircled{4} -\frac{2\pi}{3} \text{ et } \frac{2\pi}{3}$$

11. Étant donné un réel x appartenant à l'intervalle $]\frac{\pi}{2}; \pi]$ tel que $\sin(x) = 0,8$ on a :

$$\textcircled{1} \cos(x) = 0,6$$

$$\textcircled{2} \cos(x) = -0,6$$

$$\textcircled{3} \cos(x) = 0,2$$

$$\textcircled{4} \cos(x) = -0,2$$

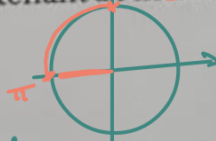
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \Rightarrow \cos^2(x) + (0,8)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2(x) + 0,64 = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2(x) = 1 - 0,64$$

$$\Rightarrow \cos^2(x) = 0,36$$

$$\Rightarrow \cos(x) = 0,6 \text{ ou } -0,6$$



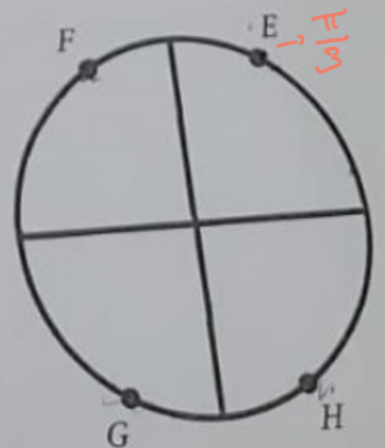
12. Si on considère les points E , G et H sur le cercle trigonométrique, alors le nombre $\frac{14\pi}{3}$ a pour image le point :

$$\textcircled{1} E$$

$$\textcircled{2} F$$

$$\textcircled{3} G$$

$$\textcircled{4} H$$



EXERCICE 2 8 points

Soient f et g les fonctions définies sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = x^3 - 3x \quad \text{et} \quad g(x) = 9x - 16$$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on désigne par $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction f et par $\mathcal{D}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ en son point A d'abscisse 2.

1.
 - a. Déterminer l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$.
 - c. En déduire les variations de la fonction f .
2. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$.
3.
 - a. Prouver que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, on a

$$f(x) - g(x) = (x-2)(x^2 + 2x - 8)$$

- b. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
4. Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\mathcal{D}$.

1) a) $a=3, b=0, c=-3$
 $f'(x) = 3x^2 - 3$

b) $\Delta = b^2 - 4ac = 0 - 4 \times 3 \times -3 = 36 > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 - 6}{2 \times 3} = \frac{-6}{6} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 + 6}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$$

x	0	1	$+\infty$
sign f'	-	$\emptyset$	+

6

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+

7

x	0	1	$+\infty$
f'	-	$\emptyset$	+
f	$0 \leftarrow f(0)$		

$-2 \leftarrow f(1)$

$$2) \quad y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$f'(2) = 3 \times (2^2) - 3$$

$$= 3 \times 4 - 3$$

$$= 12 - 3 = 9$$

$$f(2) = 2^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$$

$$y = 9(x-2) + 2$$

$$= 9x - 18 + 2$$

$$= 9x - 16.$$

done 2 : $g = 3x - 16$

3) a. $f(x) - g(x)$

$$= x^3 - 3x - (3x - 16)$$

$$= x^3 - 3x - 3x + 16$$

$$= x^3 - 12x + 16$$

• $(x-2)(x^2+2x-8)$

$$= x \times x^2 + x \times 2x + x \times (-8) - 2 \times x^2 - 2 \times 2x - 2 \times (-8)$$

$$= x^3 + \cancel{2x^2} - 8x - \cancel{2x^2} - 4x + 16$$

$$= x^3 - 12x + 16$$

donc $f(x) - g(x) = (x-2)(x^2+2x-8)$