

exercice 3 :

$$P(X=n) = p^n$$

$$P(X=0) = (1-p)^n$$

9) $P(X=n) = (0,735)^n$

10) $P(X=n) \leq 0,02$

$$(0,735)^n \leq 0,02$$

$$n \ln(0,735) \leq \ln(0,02)$$

$$n \geq \frac{\ln(0,02)}{\ln(0,735)} \approx 13$$

$$D(0; 0; 6)$$

$$E(6; 6; 0)$$

$$\vec{DE} (6; 6; -6)$$

↪ vecteur directeur

$$\begin{cases} x = 6t + 0 \\ y = 6t + 0 \\ z = -6t + 6 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Exercice n°2 - Fonction ln, suites numériques – 7 points

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes, cependant les résultats de la partie A peuvent être utilisés pour la partie B.

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = x - \ln(x-1)$.

1] Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. On admettra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2] Soit f' la fonction dérivée de la fonction f .

Montrer que pour tout $x \in]1; +\infty[: f'(x) = \frac{x-2}{x-1}$

3] En déduire le tableau de variations complet de la fonction sur $]1; +\infty[$.

4] En déduire que pour tout $x \in]1; +\infty[: f(x) \geq 2$

2)
$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{1 \times (x-1) - 1}{x-1}$$

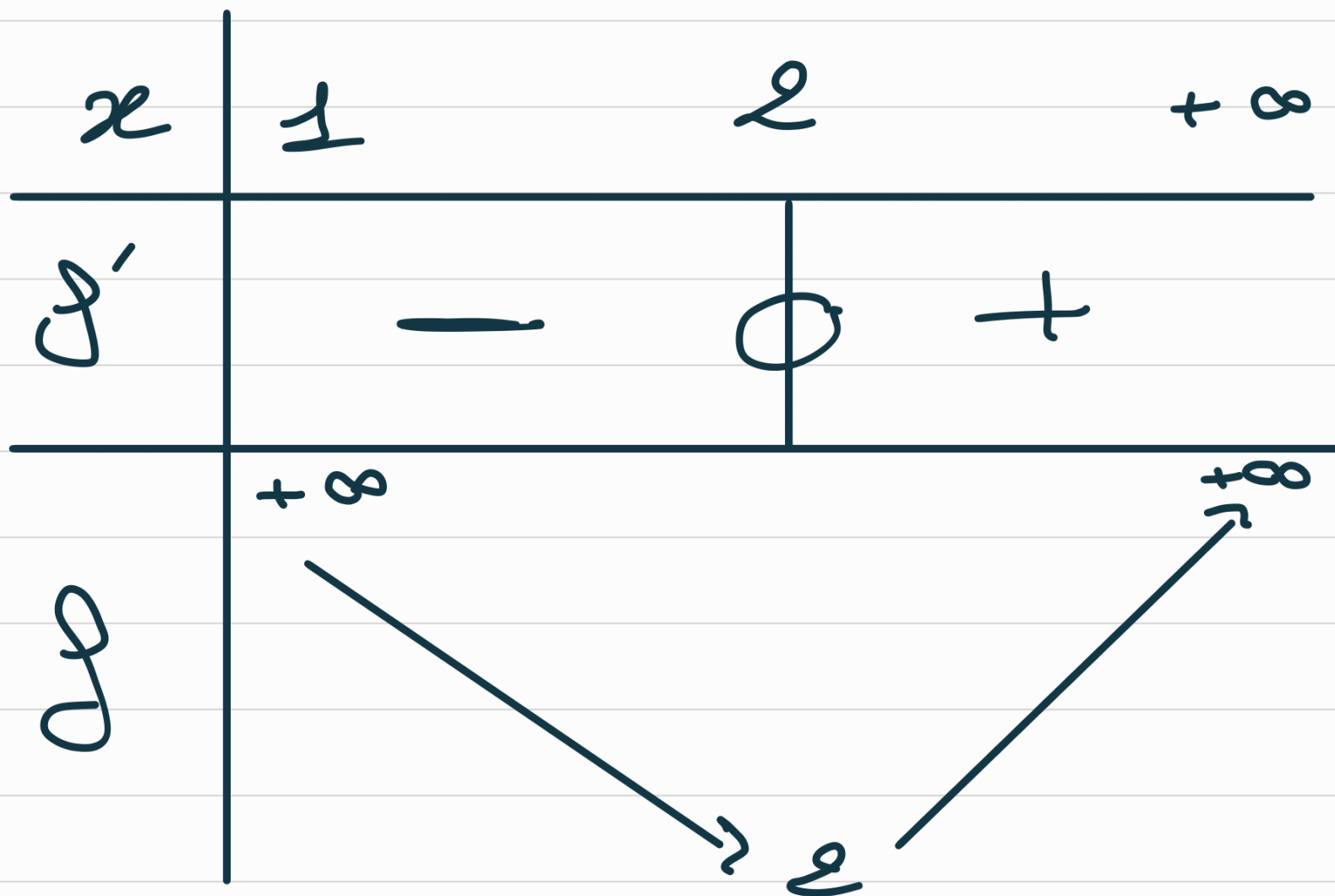
$$= \frac{x-1-1}{x-1}$$

$$= \frac{x-2}{x-1} > 0$$

$$h(u)' = \frac{u'}{u}$$

3)

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$$



$$f(2) = 2 - \ln(2-1) = 2$$

4) f admet e pour minimum sur $\mathbb{J} \pm ; +\infty[$, donc on a bien $f(x) \geq e, \forall x \in \mathbb{J} \pm ; +\infty[$.

Partie B :

Dans cette partie on cherche à étudier la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ où la fonction f est la fonction définie dans la partie A.

$$= u_n - \ln(u_{n-1})$$

Les résultats établis partie A peuvent être utilisés dans cette partie.

- 1] Calculer u_1 .
- 2] Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel $n : u_n \geq 2$.
- 3] Montrer que la suite u est décroissante.
- 4] En déduire que la suite u est convergente. On notera l sa limite.
- 5] Déterminer la valeur de l .
- 6] On considère l'algorithme suivant :

```
from math import *
def seuil(1):
    u=10
    n=0
    while u-2 > 10**(-1):
        u=u-log(u-1)
        print(u)
        n=n+1
    return(n)
```

On rappelle que $\log$ désigne la fonction logarithme népérien en Python.

Quelle valeur renverra la commande « `seuil(1)` » ?

$$\begin{cases} u-2 > 10^{-1} \\ \underline{n=6} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 1) \quad u_1 &= u_0 - h(u_0 - 1) \\
 &= 10 - h(10 - 1) \\
 &= 10 - 2h(3)
 \end{aligned}$$

2) Initialisation:

- $u_0 = 10$

- $u_0 = 10 \geq 2$

- Hérédité:

$$u_n \geq 2$$

ou $u_{n+1} = f(u_n)$, $\forall n \geq 0$ et f est croissante sur $[2; +\infty[$.

d'ici :

$$f(u_n) \geq f(2)$$

$$u_{n+1} \geq 2 \quad \checkmark$$

3) $u_{n+1} - u_n$

$$= u_n - P_n(u_n - 1) - u_n$$

$$= -P_n(u_n - 1)$$

or $u_n \geq 2$

$$u_n - 1 \geq 1$$

$$P_n(u_n - 1) \geq P_n(1) = 0$$

$$- P_n(u_n - 1) \leq 0$$

donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$, et
donc (u_n) est décroissante.

4) (u_n) est décroissante et
minorée par 1, donc elle
converge vers 1.

5) Comme (u_n) converge et
que f est continue sur $[2; +\infty[$
alors la limite 1 vérifie.

$$f(x) = x$$

$$\cancel{x} - P_n(x-1) = \cancel{x}$$

$$-A(x-1) = 0$$

$$A(x-1) = 0$$

$$x-1 = e^0 = 1$$

$$x = 1 + 1$$

$$x = 2$$

done

$$P = 2$$