

Dérivation

exercice :

Propriété. Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Dérivée
$f(x) = k$ (constante)	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

$$\cdot f(x) = x^2 + 5$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 2x$$

$$\cdot f(x) = x^3 + x$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 3x^2 + 1.$$

$$\cdot f(x) = 2x^3 + 3x + 2$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 2 \times 3x^2 + 3 \times 1$$
$$= 6x^2 + 3$$

$$\cdot f(x) = 5x^2 + 4x$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 5 \times 2x + 4 \times 1$$
$$= 10x + 4$$

exercice :

$$f(x) = 6x^2 + 5x + 1$$

1) Donner la dérivée f'

$$f'(x) = 6 \times 2x + 5 \times 1$$

$$= 12x + 5$$

2) Faire le tableau de signe de la dérivée f' .

x	$-\infty$	$-\frac{5}{12}$	$+\infty$
signe f'	$-$	$\emptyset$	$+$

3) Dresser le tableau de variations de g .

↙

x	$-\infty$	$-\frac{5}{12}$	$+\infty$
g'	$-$	$\bigcirc$	$+$
g			

$$\begin{aligned} g\left(-\frac{5}{12}\right) &= 6 \times \left(-\frac{5}{12}\right)^2 + 5 \times \left(-\frac{5}{12}\right) + 1 \\ &= -\frac{1}{24} \end{aligned}$$

exercice :

$$f(x) = -x^3 - x^2 + x - 1$$

1) Calculer la dérivée f'

$$\begin{aligned} \hookrightarrow f'(x) &= -1 \times 3x^2 - 2x + 1 \\ &= -3x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

2) Montrer que :

$$f'(x) = - (3x - 1)(x + 1)$$

$$\hookrightarrow - (3x - 1)(x + 1)$$

$$= (-3x + 1)(x + 1)$$

$$= -3x \times x + (-3x) \times 1 + 1 \times x + 1 \times 1$$

$$= -3x^2 - 3x + x + 1$$

$$= -3x^2 - 2x + 1$$

$$= f'(x)$$

3) Donner les abscisses des points de la courbe de f en lesquels la tangente est horizontale

$$\hookrightarrow f'(x) = 0$$

$$\rightarrow (3x - 1)(x + 1) = 0$$

$$(3x - 1)(x + 1) = 0$$



$$3x - 1 = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = -1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

donc Les abscisses des points où la tangente est horizontale est $x = \frac{1}{3}$ et $x = -1$.

4) Etudier le signe de la fonction dérivée puis dresser le tableau de variations.

$$f'(x) = -(3x-1)(x+1)$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
-1	—	—	—	—
$3x-1$	—	—	0	+
$x+1$	—	0	+	+
$f'(x)$	—	0	+	—

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
g'	$-$	$\bigcirc$	$+$	$\bigcirc$	$-$
g				$-\frac{22}{24}$	

$\nearrow$ -2 $\nwarrow$

$$\begin{aligned}
 g(-1) &= -(-1)^3 - (-1)^2 + (-1) - 1 \\
 &= -(-1) - 1 - 1 - 1 \\
 &= 1 - 1 - 1 - 1 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - 1$$

$$= -\frac{22}{27}$$

5) Donner les extrema de f .

$\hookrightarrow f$ admet un minimum par $x = -1$ et sa valeur est -2

f admet un maximum par $x = \frac{1}{3}$ et sa valeur est $-\frac{22}{27}$.