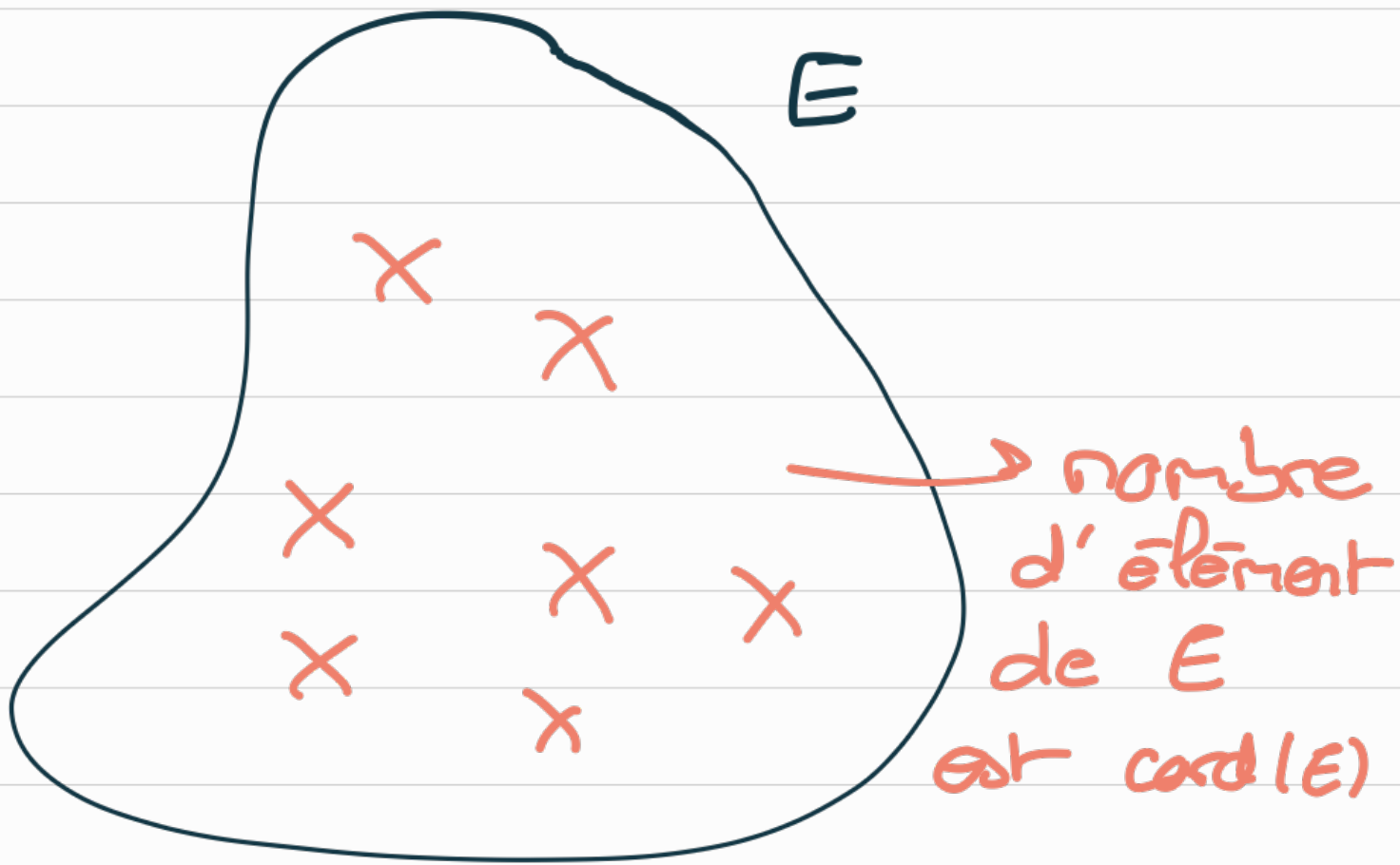


Dénombrement



$$\begin{aligned} & \text{Card}(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_p) \\ &= \text{card}(E_1) + \dots + \text{Card}(E_p). \end{aligned}$$

($E_1, E_2, \dots, E_p$ sont disjoints

$$\begin{aligned} & \cdot \text{Card}(E_1 \times \dots \times E_p) \\ &= \text{Card}(E_1) \times \dots \times \text{Card}(E_p) \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow E_1 \times \dots \times E_p = \left\{ (x_1, \dots, x_p) : \begin{array}{l} \text{ } \\ x_1 \in E_1, \dots, x_p \in E_p \end{array} \right\}$$

$\nwarrow$ p -uplets

$$\begin{aligned} \cdot \text{Card}(E \times \dots \times E) &= \text{Card}(E^n) \\ &= (\text{Card } E)^n \end{aligned}$$

$\cdot (x, y) : \text{couple}$

$\cdot (x, y, z) : \text{triplet}$

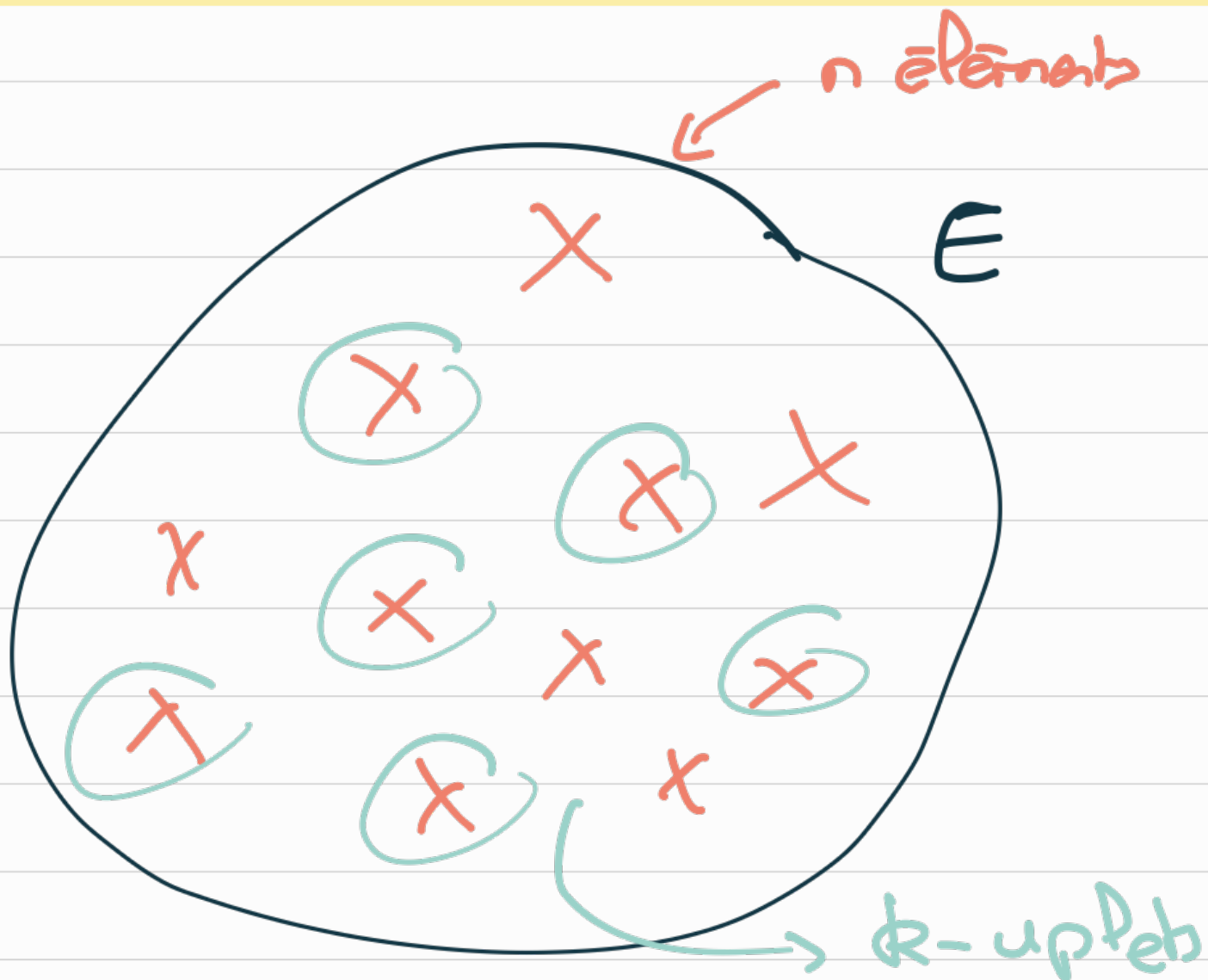
$\cdot (x_1, \dots, x_p) : p\text{-uplets.}$

- dénombrement d'un k -uplets

on a E tel que $\text{Card}(E) = n$

Le nombre de k -uplets d'
éléments de E est :

$$\text{Card}(E)^k = n^k$$



$\Rightarrow$ ici l'ordre compte et on autorise la répétition.

exemple : $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

on regarde $E^2 = E \times E$

$$\text{card}(\underbrace{E^2}) = (\text{card } E)^2 = \{(a, b) : a, b \in E\} \\ = 6^2 = 36$$

on veut savoir le nombre de couples possibles :

$$\Rightarrow \text{Card}(E^2)^{(2)} = 36^2 = 1296$$

$$\bullet (5; 6) \neq (6; 5)$$

$$\bullet (1; 1), (2; 2) \dots$$

• dénombrement d'arrangement

un k -arrangement c'est un k -uplet d'éléments distincts.

$\Rightarrow$ l'ordre compte mais il n'y a pas de répétition.

Le nombre de k -arrangement parmi n éléments :

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

exemple: $E = \{1, \dots, 6\}$

on regarde $E^2 = \{1, \dots, 6\} \times \{1, \dots, 6\}$

on veut savoir le nombre
de 2-arrangements.

$$A_{36}^2 = \frac{36!}{(36-2)!} = \frac{36!}{34!}$$
$$= 1260$$

• une permutation c'est un
n-arrangement.

(1 2 3 4 5 6)



(3 4 5 2 6 1)

⇒ le nombre de permutation
est $n!$

• dénombrement de combinaisons

→ l'ordre n'est pas important et
les éléments ne se répètent pas.

le nombre de combinaisons
de k éléments parmi n éléments:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

exercice 1 :

1) on choisit 8 élèves
parmi 34 élèves :

$$\binom{34}{8} = \frac{34!}{8!(34-8)!} = 18\ 156\ 204$$

$$2) {}_{34}C_8 = \frac{34!}{(34-8)!} \simeq 7,12 \times 10^{11}$$

exercice 2 :

a) $9! = 362\ 880$

b) $2 \times 4! \times 5! = 5\ 760$

c) 5 élèves de première
4 élèves de seconde.

(, 1 possibilité : P S P S P S P P

$$5! \times 4! = 2\ 880.$$

2)

$$\frac{2880}{362 \ 880} = \frac{1}{126}$$

$\swarrow$ 1.c
 $\searrow$ 1.a