

exercice 129 :

1) a) $c_{\text{fire}} = 450 \text{ m}^2$

or $c_{\text{fire}} = x \times y$.

donc $x \times y = 450$

et $y = \frac{450}{x}$

b) $L = AB + BC + CD$

or $AB = x + 3 = CD$

et $BC = y + 6 = \frac{450}{x} + 6$

$$L = x + 3 + \frac{450}{x} + 6 + x + 3$$

$$= 2x + 12 + \frac{450}{x}.$$

2) a) La valeur de x par laquelle la longueur de la clôture semble minimale est $x = 15$.

b) D'après le logiciel de calcul :

$$f(x) - 72 = \frac{2 \cdot (x-15)^2}{x} > 0$$
$$> 0$$

donc $f(x) > 72$, et 72 est le minimum de f sur $[10; 45]$.

or $f(15) = 72$, donc le minimum est atteint par $x = 15$.

donc la conjecture est vérifiée.

3) $x = 15$ et $y = \frac{450}{15} = 30$

Afin que la longueur de la clôture soit la plus petite possible il faut prendre 15 m de largeur et 30 m de longueur.

De plus la longueur sera de 72 m.

exercice 116 :

$$1), \vec{AB}(7-4; 1-(-5)) = (3; 6)$$

$$\vec{DC}(1-7; 4-1) = (-6; 3)$$

$$\vec{CD}(-2-1; -2-4) = (-3; -6)$$

$$\vec{AD}(-2-4; -2-(-5)) = (-6; 3)$$

$$\text{or } \vec{AB} = \vec{DC} \text{ et } \vec{BC} = \vec{AD}$$

donc les côtés opposés sont parallèles.

$$AB^2 = 3^2 + 6^2$$

$$= 9 + 36$$

$$= 45$$

$$BC^2 = (-6)^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45.$$

donc le parallélogramme $ABCD$ a deux côtés consécutifs de même longueur.

$$\begin{aligned} \bullet \quad AC^2 &= (1-4)^2 + (4-(-5))^2 \\ &= (-3)^2 + (9)^2 \\ &= 9 + 81 = 90 \end{aligned}$$

$$\text{et } AB^2 + BC^2 = 45 + 45 = 90$$

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore on a (AB) est perpendiculaire à (BC)

donc $ABCD$ est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur et un angle droit, donc c'est un carré.

2) Aire $(ABCD) = AB^2 = 45 \text{ u.a.}$

exercice 20 :

1) a) l'équation du cercle $\mathcal{C}$ est :

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

donc $\forall (x;0) \in \mathcal{C}$

$$\text{ssi } (x-2)^2 + (0-3)^2 = 25$$

$$\text{ssi } (x-2)^2 + (-3)^2 = 25$$

$$\text{ssi } (x-2)^2 + 9 = 25$$

$$\text{ssi } (x-2)^2 = 25 - 9$$

$$\text{ssi } (x-2)^2 = 16.$$

$$b) (x-2)^2 = 16$$

$$\text{ssi: } \begin{cases} x-2 = \sqrt{16} = 4 \\ x-2 = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$$

$$\text{ssi: } \begin{cases} x = 4+2 = 6 \\ x = -4+2 = -2 \end{cases}$$

donc les points d'intersection
sont $(-2; 0)$ et $(6; 0)$.

2) a) $N(0; y) \in \mathbb{C}$

$$\text{ssi } (0-2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$\text{ssi } (-2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$\text{ssi } 4 + (y-3)^2 = 25$$

$$\text{ssi } (y-3)^2 = 25-4$$

$$\text{ssi } (y-3)^2 = 21.$$

b) $(y-3)^2 = 21$

$$\text{ssi } \left\{ \begin{array}{l} y-3 = \sqrt{21} \\ y-3 = -\sqrt{21} \end{array} \right.$$

$$\text{ssi} \quad \begin{cases} y = \sqrt{2x} + 3 \\ y = -\sqrt{2x} - 3 \end{cases}$$

donc les points d'intersection
sont $(0; 3 + \sqrt{2x})$ et $(0; -3 - \sqrt{2x})$