

- $u_n = 0,2n^2 + n - 3$

( $\hookrightarrow f(x) = 0,2x^2 + x - 3$

$$f'(x) = 0,2 \times 2x + 1$$

$$= 0,4x + 1 > 0$$

$x \in \mathbb{R}_+$

donc  $f$  est croissante et  
 $(u_n)$  est croissante.

$$\bullet u_n = \frac{3}{n+1}$$

$$\hookrightarrow f(x) = \frac{3}{x+1}, \quad x \in \mathbb{R}_+$$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0$$

donc  $f$  est décroissant et donc  $(u_n)$  décroissant.

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{3}{n+2} - \frac{3}{n+1}$$

$$= \frac{3(n+1) - 3(n+2)}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{\cancel{3n} + 3 - \cancel{3n} - 6}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{-3}{(n+1)(n+2)} < 0$$

donc  $(u_n)$  est décroissante

$$\bullet \quad u_n = \frac{n}{n+1}$$

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1}$$

$$= \frac{(n+1)(n+1) - n(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{\cancel{n^2} + \cancel{2n} + 1 - \cancel{n^2} - \cancel{2n}}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{1}{(n+2)(n+1)} > 0$$

donc  $(u_n)$  croissante.

$$\bullet \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n - 2n - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n$$

$$= \cancel{u_n} - 2n - 5 - \cancel{u_n}$$

$$= -2n - 5 < 0$$

donc  $u_{n+1} < u_n$  et  $(u_n)$  décroît.

$$\cdot u_n = \sqrt{3n+1}$$

$$f(x) = \sqrt{3x+1}, \quad x \in \underline{\underline{\mathbb{R}_+}}$$

$\sqrt{u}$

$u$

$$\hookrightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cdot \frac{u'}{\sqrt{u}} > 0$$

$$\cdot u_n = \sqrt{2n+5}$$

$$f(x) = \sqrt{2x+5}$$

$$\hookrightarrow f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}} > 0$$

donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}_+$  et donc  $(u_n)$  est croissante

$$u_n = n^2 - 4n + 2$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 2, \quad \underline{x \in \mathbb{R}_+}$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$2x - 4 > 0 \Leftrightarrow 2x > 4$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{2} = 2$$

donc  $f$  est croissante sur  $[2; +\infty[$ , et donc la suite  $(u_n)$  est croissante à partir du rang 2.

$$\cdot u_n = \frac{1}{1+n^2}$$

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{1}{1+(n+1)^2} - \frac{1}{1+n^2}$$

$$= \frac{1}{n^2+2n+2} - \frac{1}{n^2+1}$$

$$= \frac{n^2+1 - 1 \times (n^2+2n+2)}{(n^2+1)(n^2+2n+2)}$$

$$= \frac{\cancel{n^2} + 1 - \cancel{n^2} - 2n - 2}{(n^2+1)(n^2+2n+2)}$$

$$= \frac{-2n - 1}{(n^2 + 1)(n^2 + 2n + 2)} < 0$$

donc  $u_{n+1} \leq u_n$  et  $(u_n) \searrow$ .