

Géométrie Repérée

Planche 6.1 — Géométrie Analytique

Exercice 1. Équations cartésiennes de droites — ☆☆☆

Nous nous plaçons dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$

Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation **cartésienne** de la droite (Δ) à l'aide des seules informations fournies et en utilisant la méthode de votre choix.

Les équations seront restituées dans la meilleur forme possible, en éliminant les coefficients rationnels et en favorisant les coefficients positifs.

1. $A(1; 1)$ et $B(3; -5)$ et $\Delta_1 = (AB)$

2. Δ_2 passant par $A(-2; 3)$ et dirigée par $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

3. Δ_3 passant par $E(3; -1)$ et admettant $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal

4. Δ_4 perpendiculaire à $(D): 3x - y + 2 = 0$ passant par $F(1; -2)$

5. Médiatrice Δ_5 du segment $[PK]$ où $P(-3; 4)$ et $K(2; -1)$

Intersections de droites — ☆☆☆

Les droites Δ_1 et Δ_2 de l'exercice 1.

1). $\vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ directeur

$A(1, 1)$ point

$-6x - 2y + c = 0$

$\alpha A(1; 1) \in (AB)$

$$-6 \times 1 - 2 \times 1 + C = 0$$

$$-6 - 2 + C = 0$$

$$-8 + C = 0$$

$$C = 8$$

donc

$$-6x - 2y + 8 = 0$$

2). $\vec{u}(\underline{3}; \underline{-2})$ directeur

• A $(-2; 3)$ point

$$-\overset{a}{2}x - \overset{b}{3}y + C = 0$$

$$\text{or } A(-2; 3) \in \Delta_2$$

$$-2x - 2 - 3 \times 3 + c = 0$$

$$4 - 9 + c = 0$$

$$-5 + c = 0 \Rightarrow c = 5$$

hence $-2x - 3y + 5 = 0$

3) $\vec{v}(-\underset{a}{1}; \underset{b}{4})$ normal

$E(3; -1)$ point

$$-x + 4y + c = 0$$

or $E(3; -1) \in \Delta_3$

$$-3 + 4 \times -1 + c = 0$$

$$-7 + c = 0 \Rightarrow c = 7$$

donc $-x + 4y + 7 = 0$

4) (D) : $3x - y + 2 = 0$ $a=3$ $b=-1$

$\vec{u}(\underset{-b}{1}; \underset{a}{3})$
normal pair (Δ_k)

$$x + 3y + c = 0$$

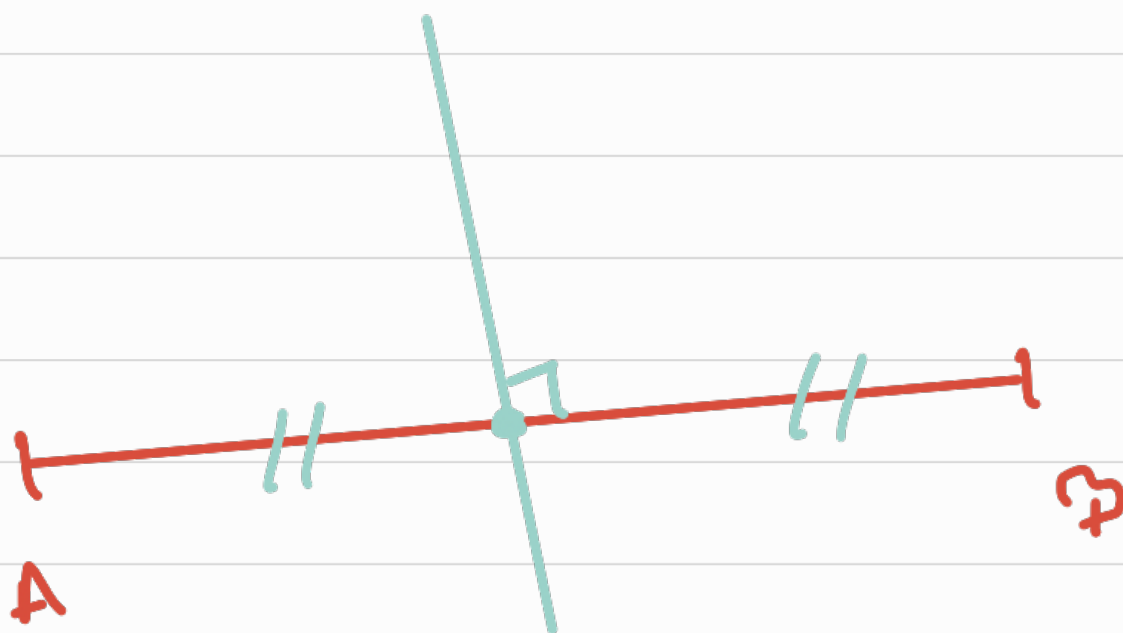
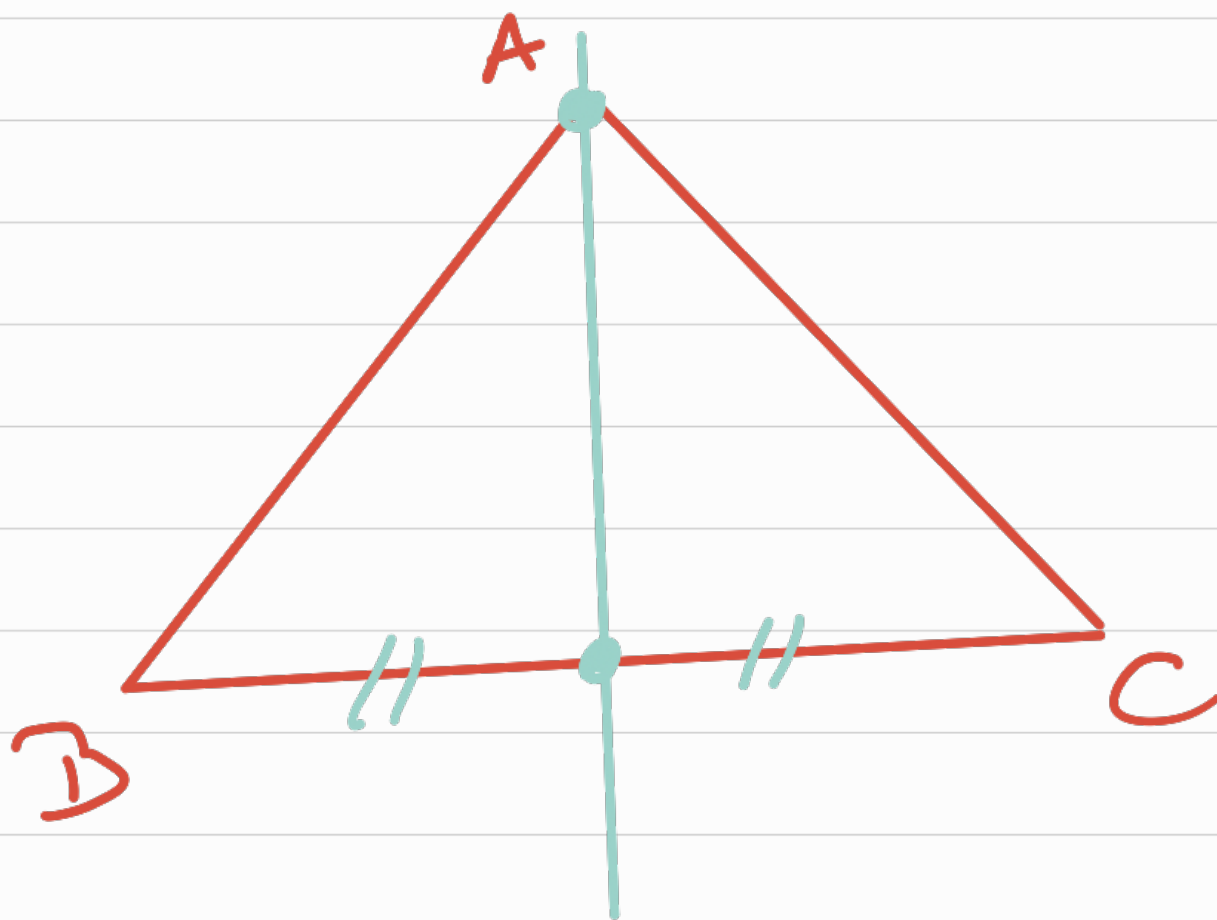
$$F(1; -2) \in (\Delta_k)$$

$$1 + 3(-2) + c = 0$$

$$1 - 6 + c = 0$$

$$-5 + c = 0 \Rightarrow c = 5.$$

$$x + 3y + 5 = 0$$



$$S) P(-3; 4) \quad K(2; -1)$$

$$\cdot I\left(\frac{-3+2}{2}; \frac{4+(-1)}{2}\right)$$

$$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$\cdot \vec{PK}\left(\underset{a}{s}; \underset{b}{-s}\right) \text{ normal } \vec{a}(\Delta_s)$$

$$5x - 5y + c = 0$$

$$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \in (\Delta_s)$$

$$5 \times -\frac{1}{2} - 5 \times \frac{3}{2} + c = 0$$

$$-10 + c = 0$$

$$c = 10$$

donc

$$5x - 5y + b = 0$$

exercice :

$$B(3; 11) \quad C(7; -9)$$

$$D(-9; 7)$$

Cherche la médiane issue de B.

$$\bullet B(3; 11)$$

$$\bullet I\left(\frac{7+(-9)}{2}; \frac{-9+7}{2}\right)$$

$$I(-1; -1)$$

$$\vec{BI}(-\underset{-b}{4}; -\underset{a}{12})$$

$$-12x + 4y + c = 0$$

$$\alpha \quad B(3; 11) \in (\Delta)$$

$$-12 \times 3 + 4 \times 11 + c = 0$$

$$-36 + 44 + c = 0$$

$$8 + c = 0$$

$$c = -8$$

$$\text{donc : } -12x + 4y - 8 = 0$$

Exercice 2. Intersections de droites
Nous notons $I_{i,j}$ le point d'intersection, s'il existe, entre les droites Δ_i et Δ_j de l'exercice 1.
Déterminer les coordonnées de tous les points $I_{i,j}$ pour $1 \leq i, j \leq 5$

$$\bullet \Delta_1 : -6x - 2y + 8 = 0$$

$$\Delta_2 : -2x - 3y + 5 = 0$$

$$\begin{cases} -6x - 2y + 8 = 0 \\ -2x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x - 2y = -8 \\ -2x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - y = -4 \\ -2x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 - 3x \\ -2x - 3(4 - 3x) = -5 \end{cases}$$

$$-2x - 12 + 9x = -5$$

$$7x - 12 = -5$$

$$7x = -5 + 12 = 7$$

$$x = \frac{7}{7} = 1$$

$$\begin{cases} y = 4 - 3 \times 1 = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

donc $I_{1,2}(1; 1)$.

Exercice 4. Distance d'un point à une droite
Dans chacun des cas suivants, calculer la distance entre le point donné et la droite dont une équation cartésienne est donnée.

1. $A(7; 4)$ et la droite (Δ) d'équation $2x + y - 3 = 0$

$$A(7; 4)$$

$$(\Delta) : 2x + y - 3 = 0$$

$a=2$ $b=1$

• Chercher l'équation cartésienne de (d) perpendiculaire à (Δ) et passant par A .

$$A(7; 4)$$

$$\vec{u}(-1; 2) \text{ normal.}$$

$$-x + 2y + c = 0$$

$$\text{or } A(7; 4) \in (d)$$

$$-7 + 2 \times 4 + c = 0$$

$$-7 + 8 + c = 0$$

$$c + 1 = 0$$

$$c = -1$$

donc $-x + 2y - 1 = 0$

- chercher l'intersection des deux droites (Δ) et (d)

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ -x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 3 - 2x \\ -x + 2(3 - 2x) = 1 \end{cases} \\ & -x + 6 - 4x = 1 \\ & -5x + 6 = 1 \\ & -5x = 1 - 6 = -5 \\ & x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2 \cdot 1 = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

done $u(1; 1)$

La distance de A à
la droite (Δ) :

$$AH = \sqrt{(1-7)^2 + (1-4)^2}$$