

# Equations différentielles

## EXERCICE 13

Résoudre l'équation différentielle proposée :

1)  $y' = 3y$

2)  $y' + 2y = 0$

3)  $y' = 2y + 1$

5)  $2y + 3y' - 1 = 0$

4)  $y + 3y' = 2$

6)  $2y' = y - 1$

$y' = -\frac{y}{3} + \frac{2}{3}$

## Exercice 3

Déterminer la solution de l'équation différentielle satisfaisant la condition initiale proposée.

1.  $y' = 2y$ ;  $y(0) = 1$   $y(x) = ke^{2x}$ ,  $k \in \mathbb{R}$

2.  $y' = 4y - 3$ ;  $y(0) = -1$   $y(x) = ke^{4x} + \frac{3}{4}$

3.  $y' = -y + 1$ ;  $y(2) = 6$

## Exercice 4

On considère l'équation différentielle

$$(E): y' - 3y = e^{3x}.$$

- 1 Montrer que la fonction  $u$  définie sur l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  par  $u(x) = xe^{3x}$  est une solution de l'équation différentielle (E).
- 2 On considère l'équation différentielle  $(E'): y' - 3y = 0$ . Résoudre l'équation différentielle  $(E')$ .
- 3
- 4 En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E).  $y(x) = ke^{3x} + xe^{3x}$ ,  $k \in \mathbb{R}$
- 5 Déterminer l'unique solution  $g$  de l'équation différentielle (E) telle que  $g(0) = 2$ .

$$\hookrightarrow g(x) = 2e^{3x} + xe^{3x}$$

## Partie A

Soit l'équation différentielle  $(E): y' + 2y = 3e^{-3x}$ .

- 1) Résoudre l'équation différentielle  $(E'): y' + 2y = 0$ .
- 2) ~~En déduire que  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = -\frac{3}{5}e^{-3x}$  est solution de (E).~~
- 3) Vérifier que  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = -3e^{-3x}$  est solution de (E).
- 4) ~~En remarquant que  $f = g + h$ , montrer que  $f$  est une solution de (E).~~

4) En déduire les solutions de (E)

5) Trouver l'unique solution telle que  $y(0) = 2$ .

$$y' + 2y = 3e^{-3x}$$

$$g(x) = -3e^{-3x}$$

$$g'(x) = -3x - 3e^{-3x} = 3e^{-3x}$$

$$g'(x) + 2g(x)$$

$$= 3e^{-3x} - 6e^{-3x} = 3e^{-3x} \checkmark$$