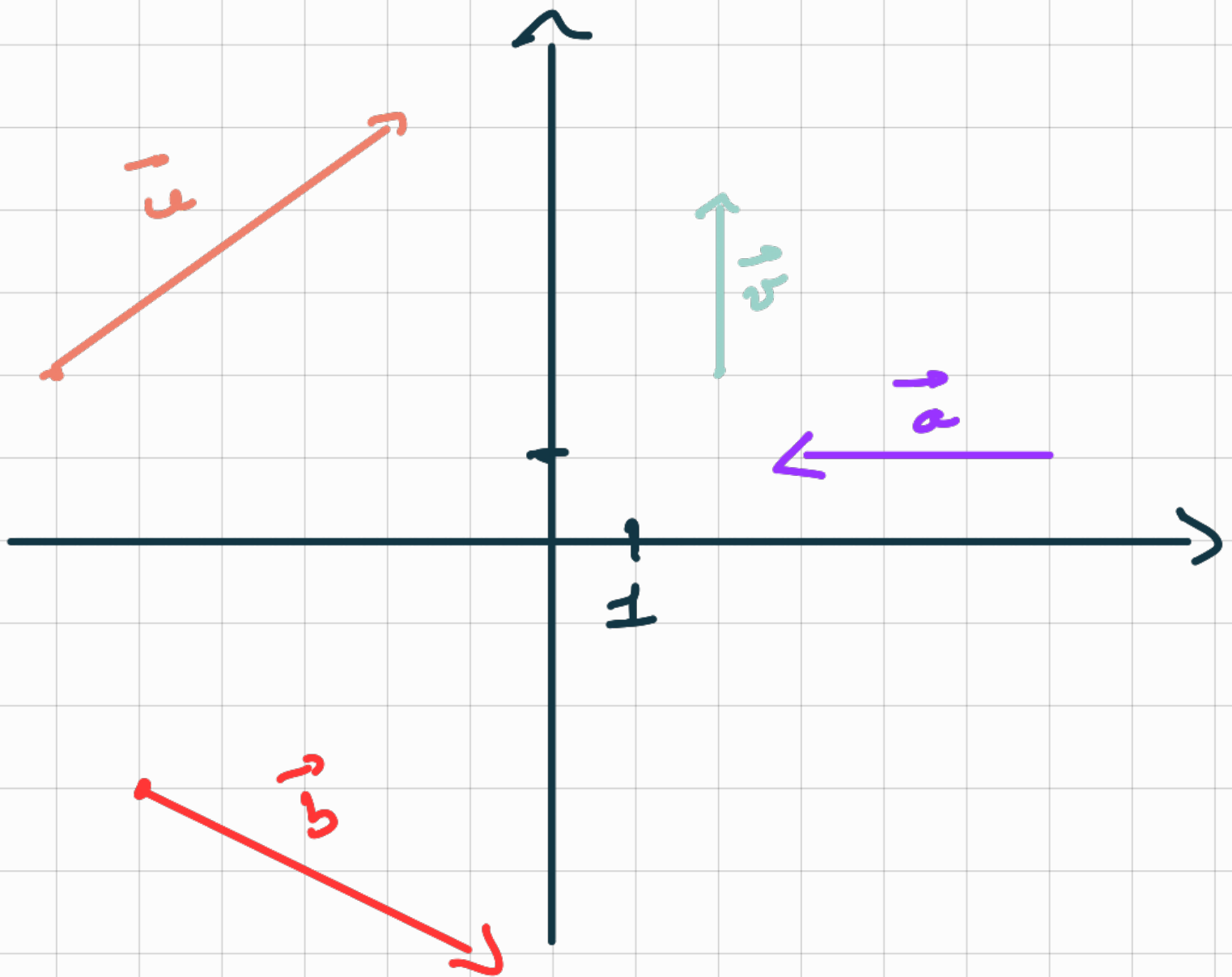


Vecteurs

Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées

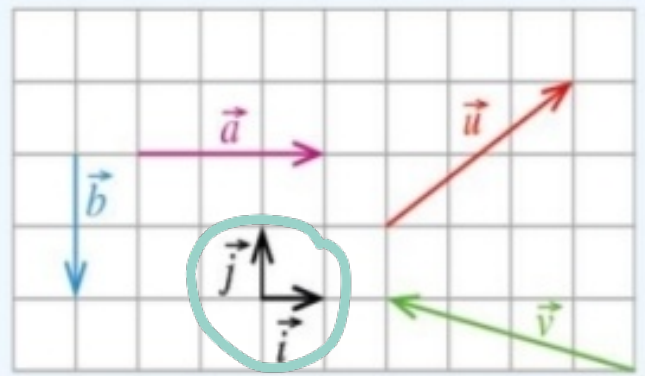
Dans une base $(\vec{i}, \vec{j})$, représenter les vecteurs $\vec{u}(4; 3)$, $\vec{v}(0; 2)$, $\vec{a}(-3; 0)$ et $\vec{b}(4; -2)$.



Lire les coordonnées d'un vecteur

On considère les vecteurs représentés ci-contre.

Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.



$$\vec{u} (3; 2)$$

$$\vec{v} (-4; -1)$$

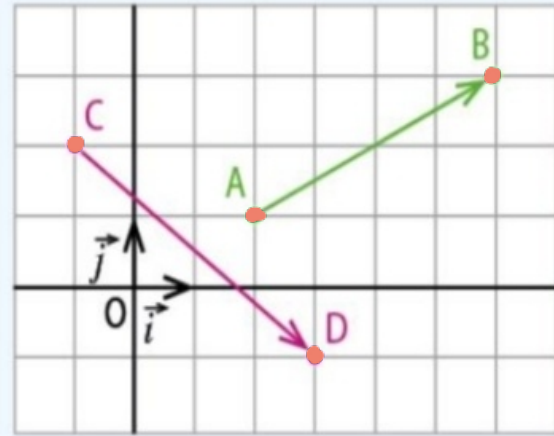
$$\vec{a} (3; 0)$$

$$\vec{b} (0; -1)$$

Calculer les coordonnées d'un vecteur

Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère quatre points A, B, C et D.

- 1 Lire les coordonnées des points A, B, C et D.
- 2 Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$.



1) $A(2; 1)$ $B(6; 3)$
 $C(-1; 2)$ $D(3; -1)$

2) $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$$\vec{AB}(6 - 2; 3 - 1)$$

$$\vec{AB}(4; 2)$$

$$\vec{CD}(3 - (-1); -1 - 2)$$

$$\vec{CD}(4; -3)$$

Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $k\vec{u}$

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les vecteurs $\vec{u}(5; -1)$ et $\vec{v}(-3; 2)$, et les points $A(3; 1)$, $B(2; 5)$ et $C(1; 6)$.

1 Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$ et $2\vec{u} - \vec{v}$.

2 Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{AB} + 3\vec{BC}$.

$$1). \vec{u} + \vec{v} (5 + (-3); -1 + 2)$$

$$\vec{u} + \vec{v} (2; 1)$$

$$. 2\vec{u} (2 \times 5; 2 \times (-1))$$

$$2\vec{u} (10; -2)$$

$$- \vec{v} (3; -2)$$

$$2\vec{u} - \vec{v} (10 + 3; -2 + (-2))$$

$$2\vec{u} = \vec{v}(13; -4)$$

$$2) \vec{AB}(2-3; 5-1)$$

$$\vec{AB}(-1; 4)$$

$$\vec{BC}(1-2; 6-5)$$

$$\vec{BC}(-1; 1).$$

$$3\vec{BC}(-3; 3)$$

$$\vec{AB} + 3\vec{BC}(-1+(-3); 4+3)$$

$$\vec{AB} + 3\vec{BC}(-4; 7).$$

Calculer la distance entre deux points

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(3; -1)$, $B(5; 2)$ et $C(0; 1)$.

- 1 Calculer les distances AB et AC . En déduire la nature du triangle ABC .
- 2 Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{BC}$, puis sa norme.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad AB &= \sqrt{(5-3)^2 + (2-(-1))^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{4+9} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(0-3)^2 + (1-(-1))^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

donc $AB = AC = \sqrt{13}$, et
donc le triangle ABC est
isocèle en A .

2) $\vec{BC}(0-5; 1-2)$
 $\vec{BC}(-5; -1)$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{25 + 1} \\ &= \sqrt{26} \end{aligned}$$

Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-8; 5)$, $B(3; 1)$, $C(4; -1)$ et $D(-9; 7)$.

Calculer les coordonnées du milieu J du segment $[AB]$ et celles du milieu K du segment $[CD]$.

Que peut-on en déduire ?

I milieu de $[AB]$

$$\hookrightarrow I \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

J milieu de $[AB]$

$$\hookrightarrow J \left(\frac{-8 + 3}{2} ; \frac{5 + 1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow J \left(-\frac{5}{2} ; 3 \right)$$

K milieu de $[CD]$

$$\hookrightarrow K \left(\frac{4 + (-5)}{2} ; \frac{-1 + 7}{2} \right)$$

$$K \left(-\frac{5}{2} ; 3 \right)$$

• deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$
sont colinéaires si :

$$\vec{u} = k\vec{v}, \quad k \in \mathbb{R}$$

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
ssi $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

$$\vec{u}(x; y) \quad \vec{v}(x'; y')$$

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$$

$$= xy' - x'y.$$

- deux droites sont parallèles
ssi leur vecteur directeur sont
colinéaires.

- A, B, C sont alignés ssi
 $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

Montrer que des vecteurs sont colinéaires

1 Dans chacun des cas suivants, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

a. $\vec{u}(5; 2)$ et $\vec{v}(35; 14)$

b. $\vec{u}(16; 3)$ et $\vec{v}(49; 10)$

c. $\vec{u}(20; 6)$ et $\vec{v}(30; 9)$

2 On considère les points A(2; 5), B(6; 8), C(-4; 1), D(5; 8).

Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas colinéaires.

$$\begin{aligned} 1) a) \det(\vec{u}; \vec{v}) &= \begin{vmatrix} 5 & 35 \\ 2 & 14 \end{vmatrix} \\ &= 5 \times 14 - 2 \times 35 \\ &= 70 - 70 \\ &= 0 \end{aligned}$$

donc les vecteurs sont colinéaires.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \det(\vec{u}, \vec{v}) &= 16 \times 10 - 3 \times 49 \\ &= 160 - 147 \\ &= 13 \neq 0 \end{aligned}$$

donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \det(\vec{u}, \vec{v}) &= 20 \times 9 - 6 \times 30 \\ &= 180 - 180 \\ &= 0 \end{aligned}$$

donc les vecteurs sont colinéaires.