

Suites

• formule explicite:

$$u_n^{\text{rang}} = \underbrace{n^2 + 2n}_{\text{terme}}$$

$$\hookrightarrow u_{10} = 10^2 + 2 \times 10 = 120$$

$$u_1 = 1^2 + 2 \times 1 = 3$$

• formule par récurrence:

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_{n+1} = u_n^2 + 2n \end{array} \right\}$$

$$\hookrightarrow u_1 = u_0^2 + 2 \times \underbrace{0}_n = \underbrace{1}_{n+1}^2 + 0 = 1$$


• étudier les variations

①

$$u_{n+1} - u_n$$



$$u_{n+1} - u_n > 0$$



(u_n) est ↗



$$u_{n+1} - u_n < 0$$



(u_n) est ↘

②

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}$$

u_n



$$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$



(u_n) est $\nearrow$



(u_n) est $\searrow$

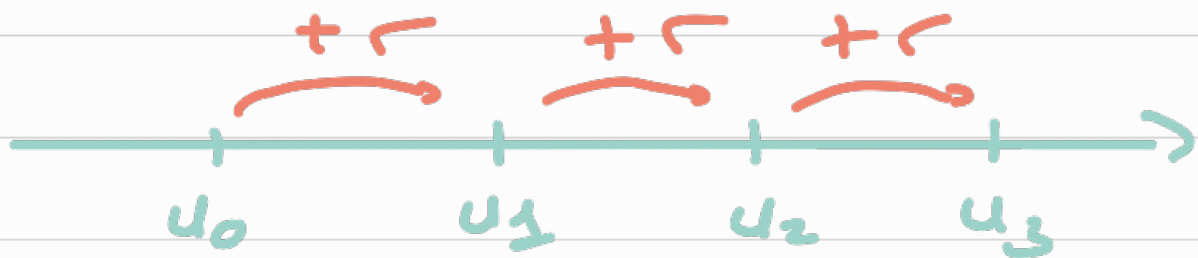
③ à utiliser que en formule explicite $u_n = f(n)$

→ étudier les variations de la fonction associée sur $[0; +\infty[$.

→ La suite aura les mêmes variations.

• Suites arithmétiques

$$\rightarrow u_{n+1} = u_n + \textcircled{r} \text{ raison}$$

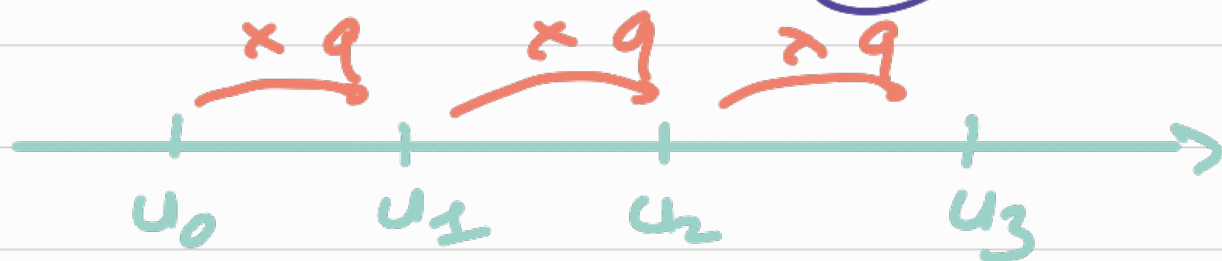


$$\rightarrow u_n = \left. \begin{array}{l} u_0 + n \times r \\ u_1 + (n-1) \times r \end{array} \right\}$$

→ $\left. \begin{array}{l} r > 0 : (u_n) \text{ est croissante} \\ r < 0 : (u_n) \text{ est décroissante} \end{array} \right\}$

• suites géométriques

$$\rightarrow u_{n+1} = u_n \times q \text{ raison}$$



$$\rightarrow u_n = \begin{cases} u_0 \times q^n \\ u_1 \times q^{n-1} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_0 > 0, q > 1: (u_n) \text{ est } \nearrow \\ u_0 > 0, 0 < q < 1: (u_n) \text{ est } \searrow \\ u_0 < 0, q > 1: (u_n) \text{ est } \searrow \\ u_0 < 0, 0 < q < 1: (u_n) \text{ est } \nearrow \end{cases}$$

Exercice 1 (X points)

En 2020, une ville comptait 10 000 habitants.

On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite (u_n) définie ainsi :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 1,08u_n - 300, & n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 10\,000 \end{cases};$$

où u_n représente le nombre d'habitants pour l'année 2020+n.

1. Indiquer ce que représente u_1 et calculer sa valeur.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3750$.
 - a. Déterminer v_0 .
 - b. Démontrer que pour tout entier naturel n , on a $v_{n+1} = 1,08v_n$.
 - c. En déduire la nature de la suite (v_n) .
 - d. Pour tout entier naturel n , exprimer, v_n en fonction de n .
 - e. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$.

3. Le tableau ci-contre, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenue par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 :

$$= 6250 * 1,08^{A2} + 3750$$

La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19 000 habitants.

La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer. $\Rightarrow 2030$

	A	B
1	n	Un
2	0	10000
3	1	10500
4	2	11040
5	3	11623,2
6	4	12253,056
7	5	12933,30048
8	6	13667,96452
9	7	14461,40168
10	8	15318,31381
11	9	16243,77892
12	10	17243,28123
13	11	18322,74373
14	12	19488,56323
15	13	20747,64829
16	14	22107,46015
17	15	23576,05696
18	16	25162,14152
19	17	26875,11284
20	18	28725,12187
21	19	30723,13162

Aide au calcul :

$$10\,000 - 3\,750 = 6\,250 ;$$

$$1,08 \times 4\,050 = 4\,374 ;$$

$$\frac{4\,050}{1,08} = 3\,750 ;$$

$$3\,750 \times 1,08 = 4\,050.$$

1) u_1 représente le nombre d'habitants par annee 2021.

$$\begin{aligned} u_1 &= 1,08 u_0 - 300 \\ &= 1,08 \times 10\ 000 - 300 \\ &= 10\ 800 - 300 \\ &= 10\ 500. \end{aligned}$$

2) a)

$$\begin{aligned} v_0 &= u_0 - 3\ 750 \\ &= 10\ 000 - 3\ 750 \\ &= 6\ 250 \end{aligned}$$

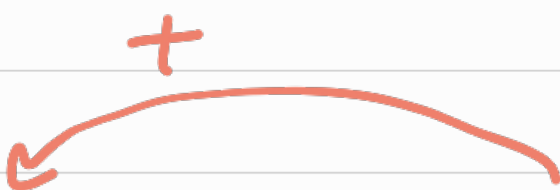
$$\begin{aligned}
 \text{b) } v_{n+1} &= u_{n+1} - 3750 \\
 &= 1,08u_n - 300 - 3750 \\
 &= 1,08u_n - 4050 \\
 &= 1,08\left(u_n - \frac{4050}{1,08}\right) \\
 &= 1,08\left(\underbrace{u_n - 3750}_{v_n}\right) \\
 &= 1,08 v_n.
 \end{aligned}$$

c) La suite (v_n) est géométrique de raison $1,08$.

d) La suite (v_n) est géométrique de raison 1,08 et de premier terme $v_0 = 6\,250$

donc :
$$v_n = v_0 \times q^n$$
$$= 6\,250 \times (1,08)^n$$

e) on a :
$$v_n = u_n - 3\,750$$

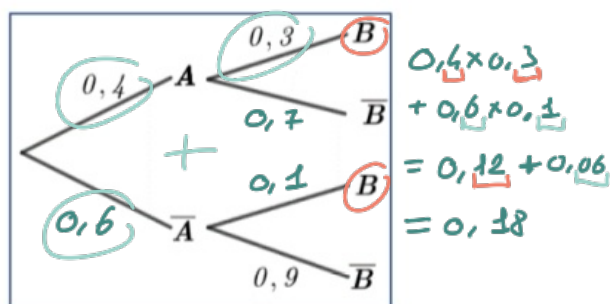


c'est-à-dire
$$u_n = v_n + 3\,750$$
$$= 6\,250 \times (1,08)^n + 3\,750$$

Question 1.

On considère l'arbre de probabilité ci-contre.
On cherche la probabilité de l'évènement B .

On a



A.	B.	C.	D.
$p(B) = 0,18$	$p(B) = 0,12$	$p(B) = 0,66$	$p(B) = 0,3$

Question 2.

Une tablette coûte 200 euros. Son prix diminue de 30%. Le prix après cette diminution est :

A.	B.	C.	D.
140 euros	170 euros	194 euros	197 euros

Question 3.

Une réduction de 50% suivie d'une augmentation de 50% équivaut à :

A.	B.	C.	D.
une réduction de 50%	une réduction de 25%	une augmentation de 25%	une augmentation de 75%

Question 4.

Dans un lycée, le quart des élèves sont internes, parmi eux, la moitié sont des filles.
La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est égale à :

A.	B.	C.	D.
4%	12,5%	25%	50%