

Suites

- formule explicite:

$$u_n = n^2 + 2n$$

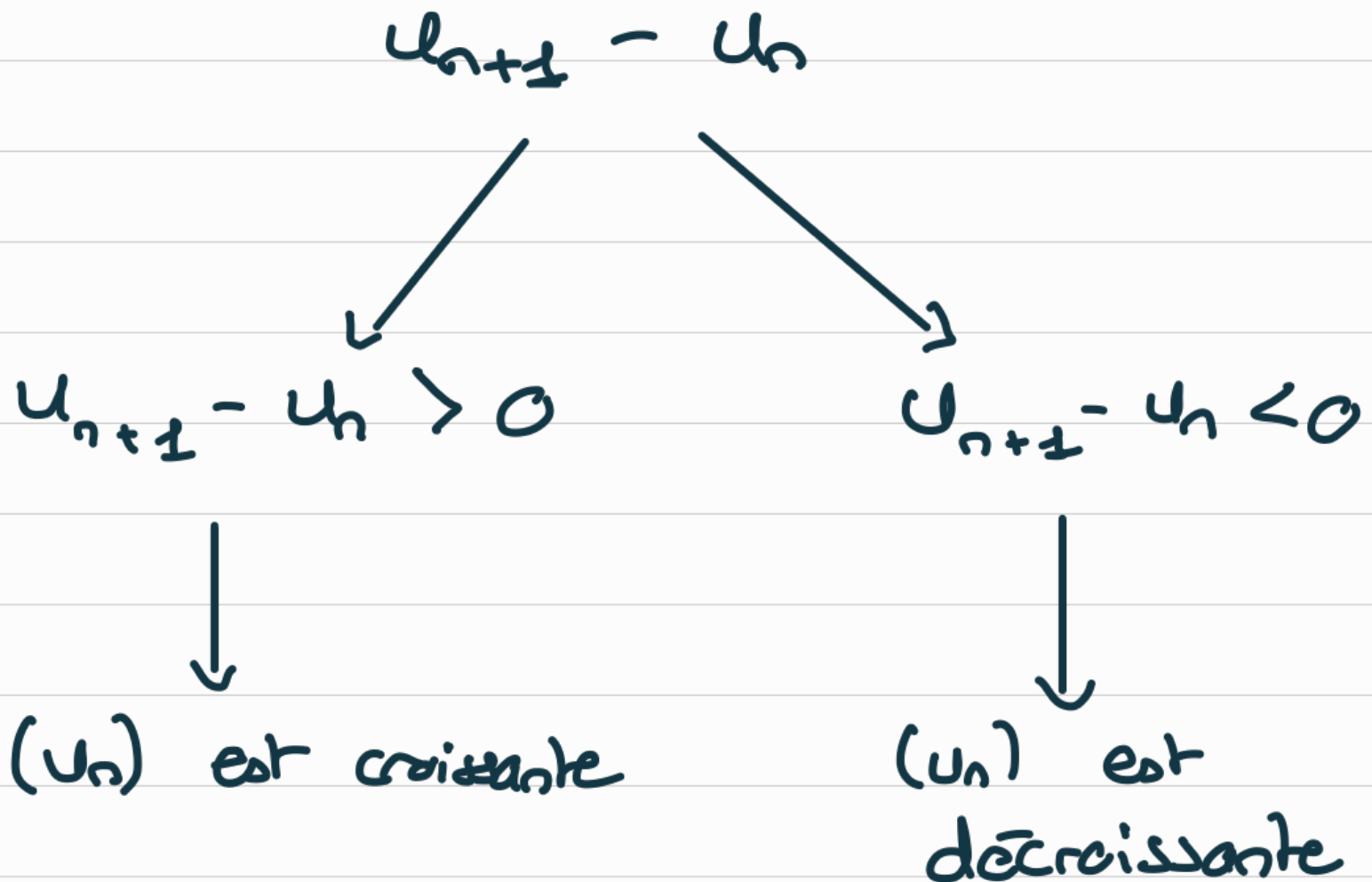
$$\hookrightarrow u_1 = 1^2 + 2 \times 1 = 3$$

- formule récurrente:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2n \end{array} \right.$$

$$\hookrightarrow u_1 = u_0^2 + 2 \times 0 = 1$$

- sens de variations



$$\frac{u_{n+1}}{u_n}$$



$$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$$



(u_n) est
croissante

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$



(u_n) est
décroissante



variable que par les
formules explicites.

$$u_n = f(n)$$

- on va étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$
- (u_n) aura les mêmes variations que f .

• suite arithmétique

$$* u_{n+1} = u_n + \textcircled{r} \text{ raison}$$

$$* u_n = \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{u_0} + n \times \textcircled{r} \\ u_1 + (n-1) \times r \\ u_p + (n-p) \times r \end{array} \right.$$

* $r > 0$: (u_n) est croissante

$r < 0$: (u_n) est décroissante

$$* S = u_0 + \dots + u_n \\ = \overbrace{(n+1)}^{30+1} \times \left(\frac{\overbrace{u_0 + u_n}^{2+10}}{2} \right)$$

exemple : $u_0 = 2$ et $u_{30} = 10$

$$S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= n \times \left(\frac{u_1 + u_n}{2} \right)$$

• suites géométriques

* $u_{n+1} = u_n \times q$ raison

* $u_n = \left\{ \begin{array}{l} u_0 \times q^n \\ u_1 \times q^{n-1} \\ u_p \times q^{n-p} \end{array} \right.$

* $u_0 > 0, q > 1 : (u_n)$ est $\nearrow$

$u_0 > 0, 0 < q < 1 : (u_n)$ est $\searrow$

$u_0 < 0, q > 1 : (u_n)$ est $\searrow$

$u_0 < 0, 0 < q < 1 : (u_n)$ est $\nearrow$

$$* S = u_0 + \dots + u_n$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$+ u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Second degré

- forme canonique

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

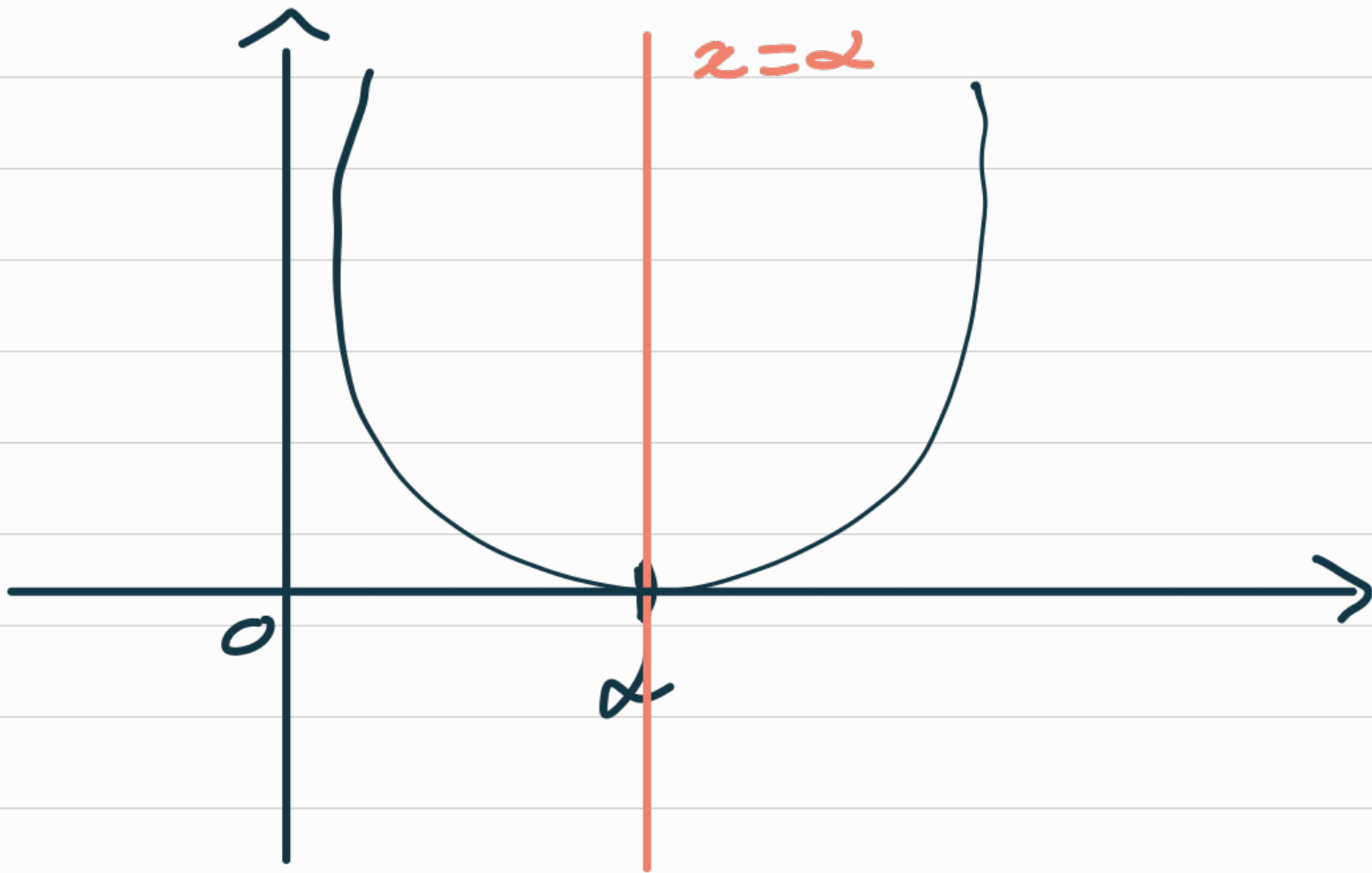
$$\hookrightarrow f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = -\frac{b}{2a} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = -\frac{\Delta}{4a} \end{array} \right.$$

Le point de coordonnée
 $(\alpha; \beta)$ est le sommet de
la parabole

La droite $x = \alpha$ est l'axe de symétrie de la parabole



• forme factorisée

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

$$\bullet \Delta > 0 : x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\bullet \Delta = 0 : x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

$$\bullet \Delta < 0 : \text{X}$$

- Equations

$$ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta > 0$: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- $\Delta = 0$: $x_0 = -\frac{b}{2a}$

- $\Delta < 0$: $\times$

• tableaux de signe

$$\underline{a}x^2 + bx + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

• $\Delta > 0$: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe $ax^2 + bx + c$	signe a	$\bigcirc$ $-a$	$\bigcirc$ a	

• $\Delta = 0$: $x_0 = -\frac{b}{2a}$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	signe a	$\bigcirc$	signe a

• $\Delta < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	Signe de a	

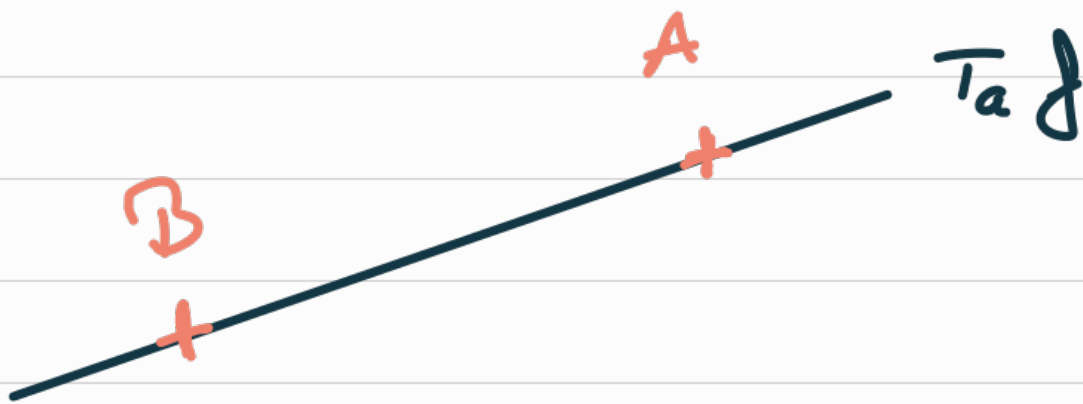
Dérivée

• équation tangente

$$T_a f : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

↙ coefficient directeur

tangente horizontale $\Rightarrow f'(x) = 0$



$$\Rightarrow f'(a) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

• formules de dérivation

$$(ax+b)' = a$$

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(\sin x)' = \cos(x)$$

$$\cdot (u+v)' = u' + v'$$

$$\cdot (ku)' = ku'$$

$$\cdot (uv)' = u'v + uv'$$

$$\cdot \left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$

$$\cdot \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\cdot (e^{ax+b})' = a e^{ax+b}$$

$$\cdot (\sqrt{ax+b})' = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$$

$$\cdot (ax+b)^n = a \times n (ax+b)^{n-1}$$

$$\cdot \cos(ax+b)' = -a \sin(ax+b)$$

$$\bullet \sin(ax+b)' = a \cos(ax+b)$$

$$\bullet \left(\frac{1}{ax+b} \right)' = - \frac{a}{(ax+b)^2}$$

$$\bullet \left(\frac{1}{(ax+b)^n} \right)' = - \frac{a \times n}{(ax+b)^{n+1}}$$

$$\bullet f' > 0 \Rightarrow f \text{ est } \nearrow$$

$$\bullet f' < 0 \Rightarrow f \text{ est } \searrow$$

• Étudier les variations

- ① calculer $f'(x)$
- ② étudier le signe de f'
- ③ dresser le tableau de variations