

Intégrales

exercice :

1) $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$

$$\int_0^2 f(x) dx = \left[\frac{6x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 3x \right]_0^2$$
$$= [2x^3 - 2x^2 + 3x]_0^2$$

$$= 14 - 0$$

$$= 14$$

2) $m = \frac{1}{2-0} \int_0^2 f(x) dx$

$$m = \frac{1}{2} \times 14 = 7.$$

exercice :

$$\bullet \int_1^4 \frac{2}{x} dx$$

$$= \left[2 \ln(x) \right]_1^4$$

$$= 2 \ln(4)$$

$$\cdot \int_0^3 e^{-x} dx$$

$$= \left[-e^{-x} \right]_0^3$$

$$= 1 - e^{-3}$$

IPP:

$$\int_a^b u' v dx = \left[uv \right]_a^b - \int_a^b uv' dx$$

$$\int \underbrace{x}_v \cdot \underbrace{e^x}_{u'}$$

$$\int \underbrace{x}_{u'} \cdot \underbrace{A(x)}_v$$

exercice :

$$\int_0^1 \underbrace{1}_v \underbrace{x^2}_{u'} dx$$

$$= \left[x \times \frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1 - \int_0^1 1 \times \frac{1}{2} e^{2x} dx$$

$$= \left[x \times \frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1 - \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1$$

Partie B

On s'intéresse à la glycémie chez une personne venant de prendre un repas.

La glycémie en g.L^{-1} , en fonction du temps t , exprimé en heure, écoulé depuis la fin du repas, est modélisée par la fonction f définie sur $[0; 6]$ par :

$$f(t) = (t + 1)e^{-0,4t}$$

1. a. Montrer que, pour tout $t \in [0; 6]$, $f'(t) = (-0,4t + 0,6)e^{-0,4t}$.

b. Étudier les variations de f sur $[0; 6]$ puis dresser son tableau de variations sur cet intervalle.

t	0	1,5	2	6
f'	+	0	-	
f	1	1,4	0,7	0,6

2. Une personne est en hypoglycémie lorsque sa glycémie est inférieure à $0,7 \text{ g.L}^{-1}$.

a. Démontrer que sur l'intervalle $[0; 6]$ l'équation $f(t) = 0,7$ admet une unique solution que l'on notera α .

b. Au bout de combien de temps après avoir pris son repas cette personne est-elle en hypoglycémie ?

On exprimera ce temps à la minute près.

$$\alpha \approx 5,62$$

3. On souhaite déterminer la glycémie moyenne en g.L^{-1} chez cette personne lors des six heures qui suivent le repas.

a. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

$$\int_0^6 f(t) dt = -23,75e^{-2,4} + 8,75$$

b. Calculer la glycémie moyenne en g.L^{-1} chez cette personne lors des six heures qui suivent le repas.

c. En remarquant que la fonction f est solution de l'équation différentielle (E) , expliquer comment on aurait pu obtenir ce résultat autrement.