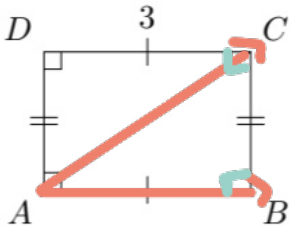


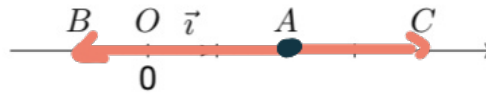
Produit scalaire

Exercice 1 (7 points)

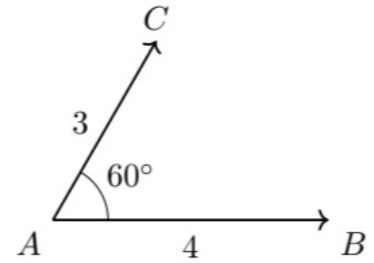
Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



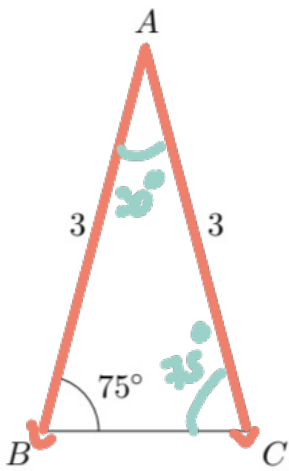
(a)



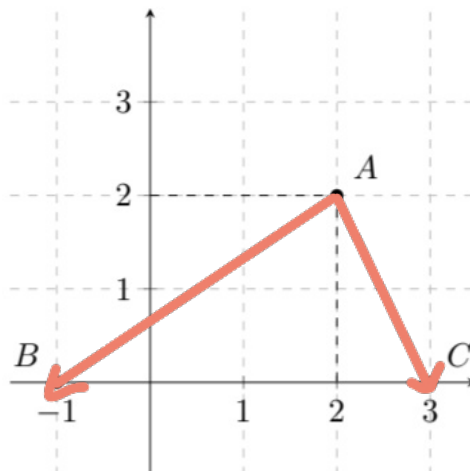
(b)



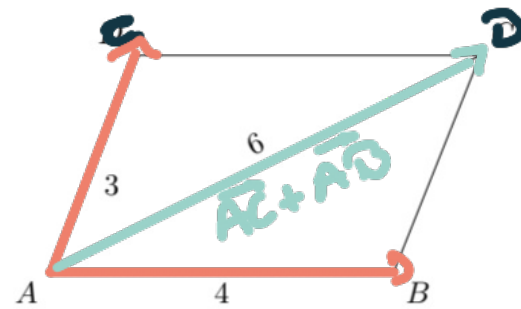
(c)



(d)



(e)



(f)

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AB}$
 $= AB^2$
 $= 3^2 = 9.$

b) $\vec{AB}(-3; 0)$

$$\vec{AC}(2; 0)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3 \times 2 + 0 \times 0 = -6$$

c) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$$= 4 \times 3 \times \cos(60^\circ)$$

$$= 12 \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 12 \times \frac{1}{2}$$

$$= 6$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) \\
 &= 3 \times 3 \times \cos(30^\circ) \\
 &= 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{9\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } A(2; 2) \quad B(-1; 0) \\
 C(3; 0)
 \end{aligned}$$

$$\vec{AB} \begin{matrix} x & y \\ (-3; -2) \end{matrix}$$

$$\vec{AC} \begin{matrix} x' & y' \\ (1; -2) \end{matrix}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AC} = -3 \times 1 + (-2) \times (-2)$$

$$= -3 + 4$$

$$= 1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$$

د) $\vec{AD} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} (\|\vec{AD} + \vec{AC}\|^2 - \|\vec{AD}\|^2 - \|\vec{AC}\|^2)$

$$= \frac{1}{2} (\|\vec{AD}\|^2 - \|\vec{AB}\|^2 - \|\vec{AC}\|^2)$$

$$= \frac{1}{2} (6^2 - 4^2 - 3^2)$$

$$= 5, 5.$$

Exercice 2 (4 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(1; 4)$, $B(-3; -2)$ et $C(2; -5)$. On veut déterminer une valeur approchée de l'angle $\widehat{BAC}$.

- 1° a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
b) En déduire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- 2° a) Exprimer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ en fonction de $\cos(\widehat{BAC})$.
b) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ en degré au degré près.

1) a) $\vec{AB}(-4; -6)$

$$\vec{AC}(1; -9)$$

b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -4 \times 1 + (-6) \times (-9)$

$$= -4 + 54$$

$$= 50$$

2) a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$$3) AB = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{82}$$

$$AC = \sqrt{1^2 + (-9)^2}$$

$$= \sqrt{90}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$50 = (\sqrt{82} \times \sqrt{90}) \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$\frac{50}{\sqrt{82} \times \sqrt{90}} = \cos(\widehat{BAC})$$

$$\text{ donc } \widehat{BAC} = \arccos\left(\frac{50}{\sqrt{82} \times \sqrt{90}}\right) \approx 40^\circ$$