

Exercice 3 :

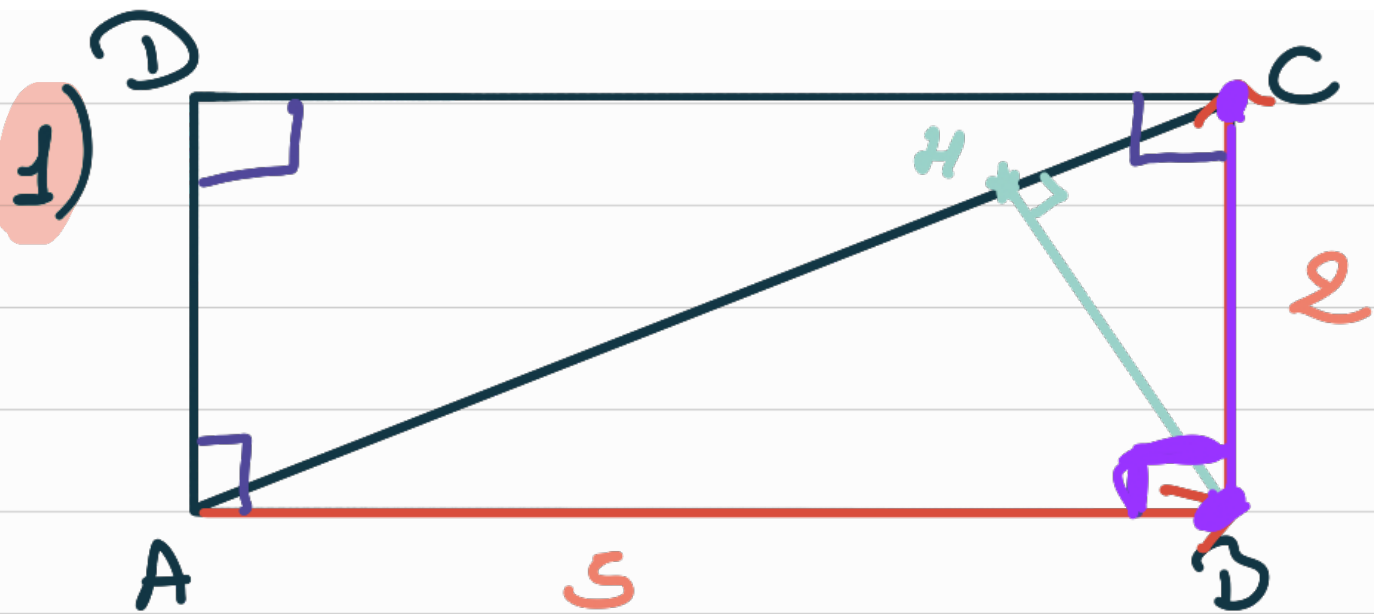
ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ cm et $AD = 2$ cm.

H est le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).

1) Construire une figure.

2) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

3) En déduire la distance AH en cm. Arrondir au dixième.



$$\begin{aligned} 2) \quad & \vec{AB} \cdot \vec{AC} \\ &= \vec{AB} \cdot (\vec{AB} + \vec{BC}) \\ &= \vec{AB} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{BC} \\ &= AB^2 + 0 \\ &= 5^2 = 25. \end{aligned}$$

Annotations:

- $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AB} = AB^2 = 25$ (purple)
- $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$ because (AB) and (BC) are perpendicular (purple)

$$3) \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$= \vec{AH} \cdot \vec{AC}, \text{ car H proj. ortho de B sur (AC).}$$

$$= AH \times AC$$

$$\alpha \quad \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 25$$

et d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 5^2 + 2^2$$

$$= 25 + 4$$

$$= 29.$$

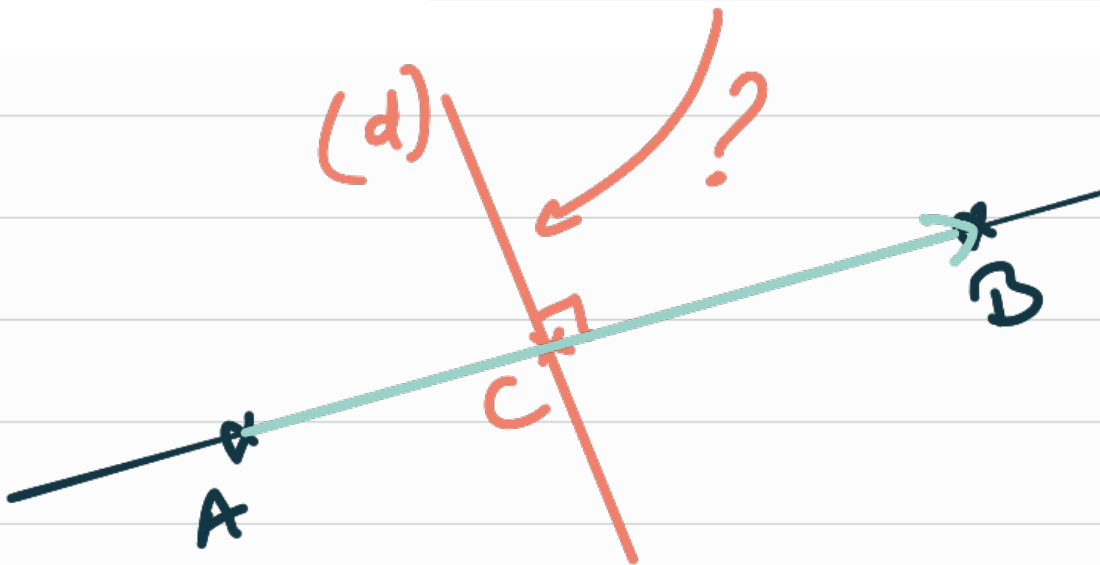
$$\text{donc } AC = \sqrt{29}.$$

$$\text{donc : } \underbrace{25}_{\widehat{AD, AC}} = AH \times \underbrace{\sqrt{29}}_{AC}$$

$$\text{et } AH = \frac{25}{\sqrt{29}} \simeq 4,6 \text{ cm}$$

Exercice 6 :

Dans un repère orthonormé du plan, on donne : $A(3 ; -1)$ $B(2 ; 5)$ $C(-2 ; 4)$
 Donner une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à (AB) passant par C .



$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{normal } \vec{n} \text{ de la droite cherchée}$$

$$(d) : -x + 6y + c = 0$$

$\alpha \quad C \in (d) \quad , \quad \text{done}$

$$\Leftrightarrow -(-2) + 6 \times 4 + C = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 24 + C = 0$$

$$\Leftrightarrow 26 + C = 0$$

$$\Leftrightarrow C = -26$$

done $(d) : -x + 6y - 26 = 0$

52 (u_n) est la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.

a) (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 1$.

Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 2 dont on précisera le premier terme v_0 .

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

c) Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad v_{n+1} &= u_{n+1} - 1 \\ &= 2u_n - 1 - 1 \\ &= 2u_n - 2 \\ &= 2\left(u_n - \frac{2}{2}\right) \\ &= 2(u_n - 1) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

donc (v_n) est géométrique
de raison 2 et de premier
terme $v_0 = u_0 - 1 = 3 - 1 = 2$

b) (v_n) est géométrique de
raison 2 et de premier terme
 $v_0 = 2$

donc : $v_n = v_0 \times 2^n = 2 \times 2^n$

• $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow v_n + 1 = u_n$

donc $u_n = v_n + 1$

$$u_n = 2 \times 2^n + 1$$

$$c) u_{n+1} - u_n$$

$$= (2 \times 2^{n+1} + 1) - (2 \times 2^n + 1)$$

$$= 2 \times 2^{n+1} + 1 - 2 \times 2^n - 1$$

$$= 2 \times 2^{n+1} - 2 \times 2^n$$

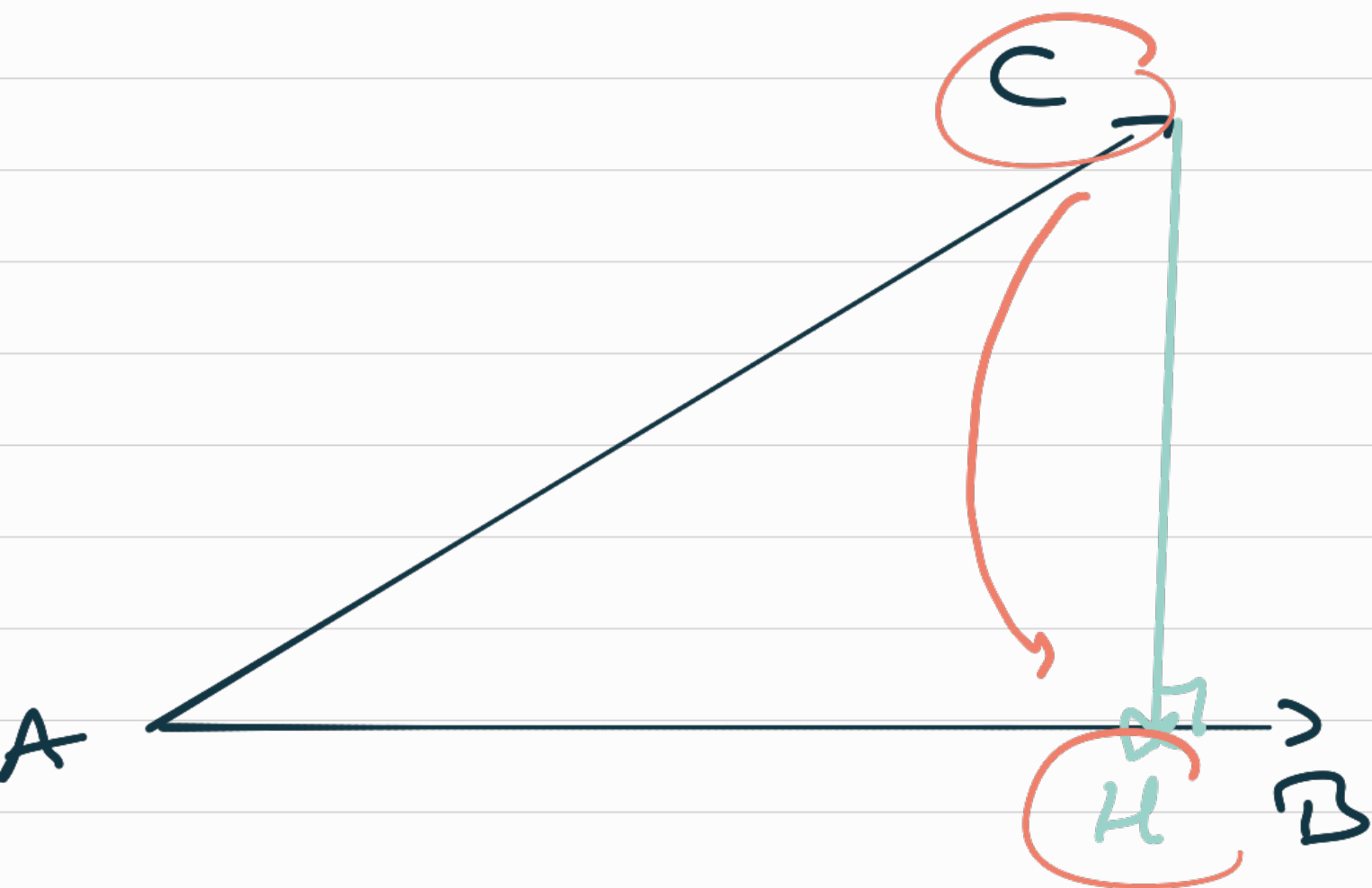
$$= (2 \times 2^n) \times 2^1 - (2 \times 2^n) \times 1$$

$$= 2 \times 2^n (2 - 1)$$

$$= 2 \times 2^n \times 1$$

$$= 2 \times 2^n > 0$$

donc $u_{n+1} - u_n > 0$ et
 $u_{n+1} > u_n$, donc (u_n) est
 croissante.



$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AH}$$

$$= \begin{cases} AB \times AH & \text{if } \angle A < 90^\circ \\ -AB \times AH & \text{if } \angle A > 90^\circ \end{cases}$$

