

Exercice 2 (4 points)

Pour réduire sa facture d'électricité, Camille a décidé de faire poser des panneaux solaires sur le toit de sa maison.

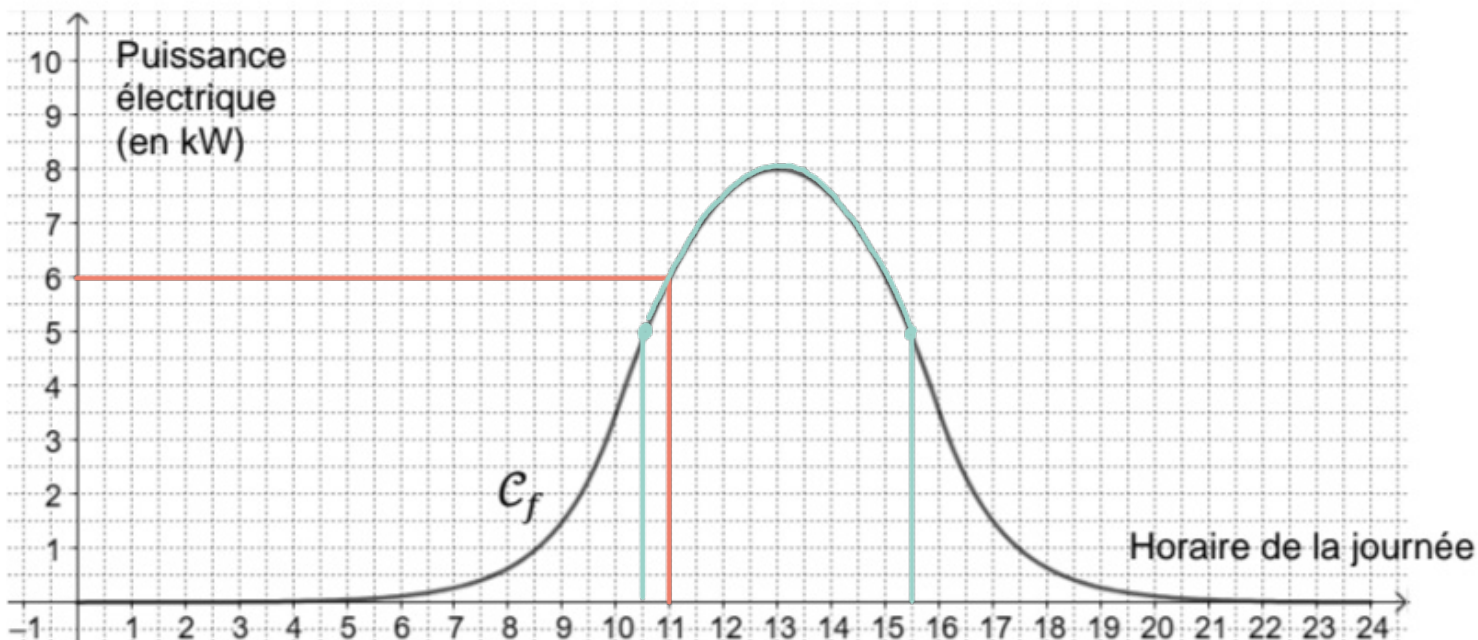
Elle souhaite analyser sa production et estimer le temps nécessaire pour rentabiliser cet investissement.

Les deux parties suivantes sont indépendantes.

Partie A

Lors d'une belle journée ensoleillée, la puissance électrique en kilowatt (kW) des panneaux solaires de Camille peut être modélisée en fonction de l'heure par une fonction f . On admet que f est définie sur $[0; 24]$ et on donne sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ ci-dessous.

Avec la précision permise par le graphique :



- Donner la puissance électrique des panneaux solaires à 11h00. **6 kW**
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 5$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé. **$\Delta = [10.5; 15.5]$**

Partie B

Le coût pour 1 kilowattheure (kWh) consommé au tarif réglementé était de 0,15 € en 2020. On admet que ce tarif réglementé augmente de 6 % chaque année.

On note c_n le coût en euros (€) pour 1 kWh consommé durant l'année $2020+n$, avec n un entier naturel. On a alors $c_0 = 0,15$.

1. Déterminer la nature de la suite (c_n) . On précisera sa raison. $\rightarrow$ géométrique de raison $(1 + \frac{6}{100}) = 1,06$
2. Pour tout entier naturel n , exprimer c_n en fonction de n .
$$c_n = c_0 \times q^n = 0,15 \times (1,06)^n$$
3. Donner le calcul permettant d'obtenir le coût pour 1 kWh consommé en 2030. $n=10$
Il n'est pas demandé d'effectuer ce calcul. $c_{10} = 0,15 \times (1,06)^{10}$
4. On admet que, chaque année depuis 2020, l'utilisation des panneaux solaires de Camille lui a permis d'éviter l'achat de 2000 kWh par an.
L'installation des panneaux solaires en janvier 2020 a coûté à Camille 7000 €. On considère le programme Python ci-contre.

- a. Dans le contexte de l'énoncé, que représentent les variables c et S du programme ?
 c_0 $\rightarrow$ somme

- b. On exécute le programme ci-contre.
Il affiche 16. $\Rightarrow n = 16$
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

```
n = 0
c = 0.15
S = 0
while S < 7000 :
    S = S + c*2000
    n = n+1
    c = 1.06*c
print(n)
```

$\rightarrow$ il faut 16 ans à partir de 2020 pour que les panneaux soient rentables.

Exercice 3 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (4x - 4) e^{-0,5x} + 5$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-2x + 6) e^{-0,5x}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. La courbe $\mathcal{C}_f$ admet-elle des points pour lesquels la tangente est horizontale ?
Si oui, on précisera les coordonnées exactes de ces éventuels points.

$$\begin{aligned} 1) \quad f'(x) &= 4 e^{-0,5x} + (4x - 4) \times -0,5 e^{-0,5x} \\ &= e^{-0,5x} (4 + (4x - 4) \times -0,5) \\ &= e^{-0,5x} (4 - 2x + 2) \\ &= e^{-0,5x} (-2x + 6) \end{aligned}$$

2)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
signe g'	+	0	-

$\swarrow -\frac{3}{a}$

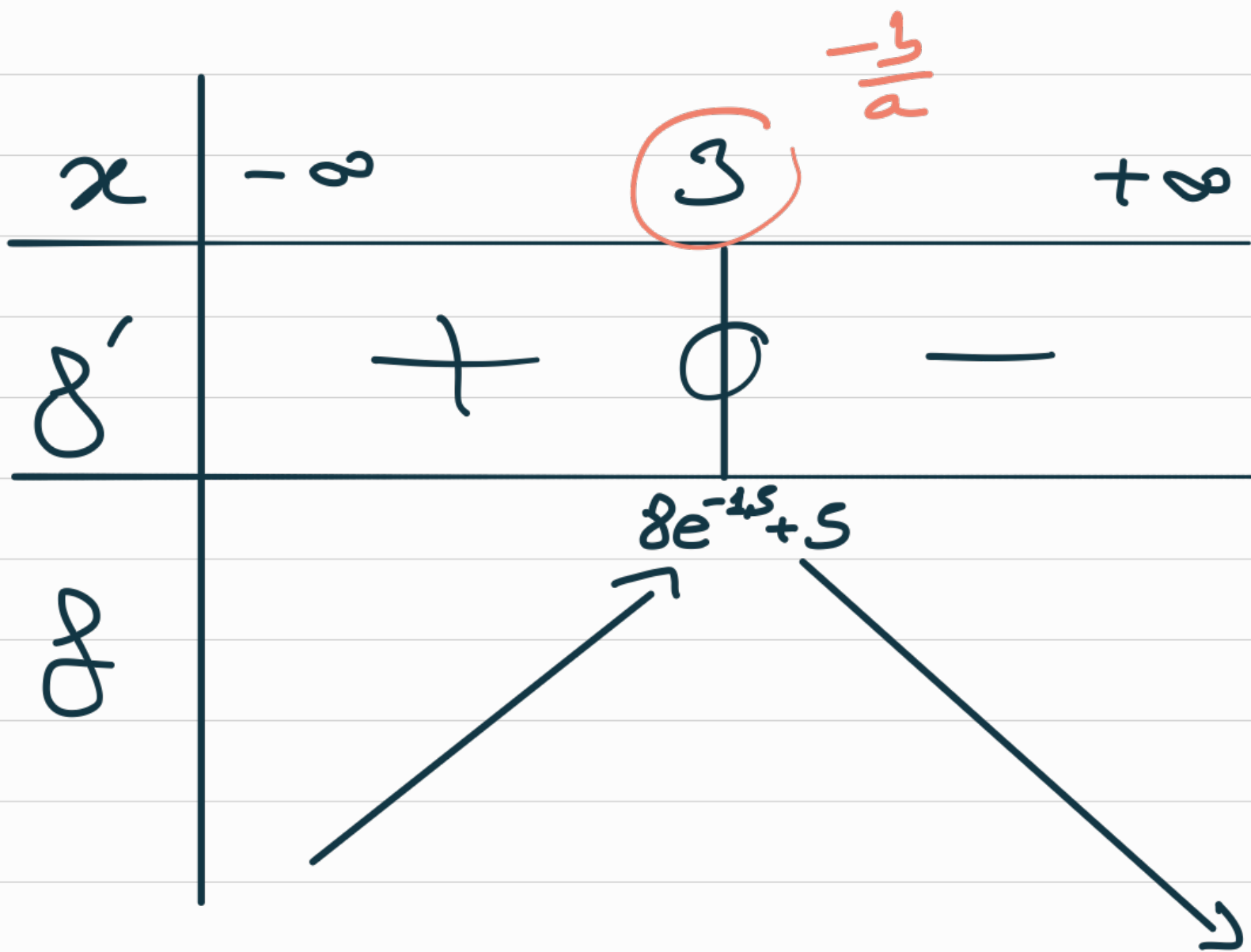
donc g est croissante sur $]-\infty; 3]$ et g est décroissante sur $[3; +\infty[$.

3) g admet une tangente horizontale au point $x = 3$.

$$g(3) = (4 \times 3 - 4) \times e^{-0,5 \times 3} + 5$$

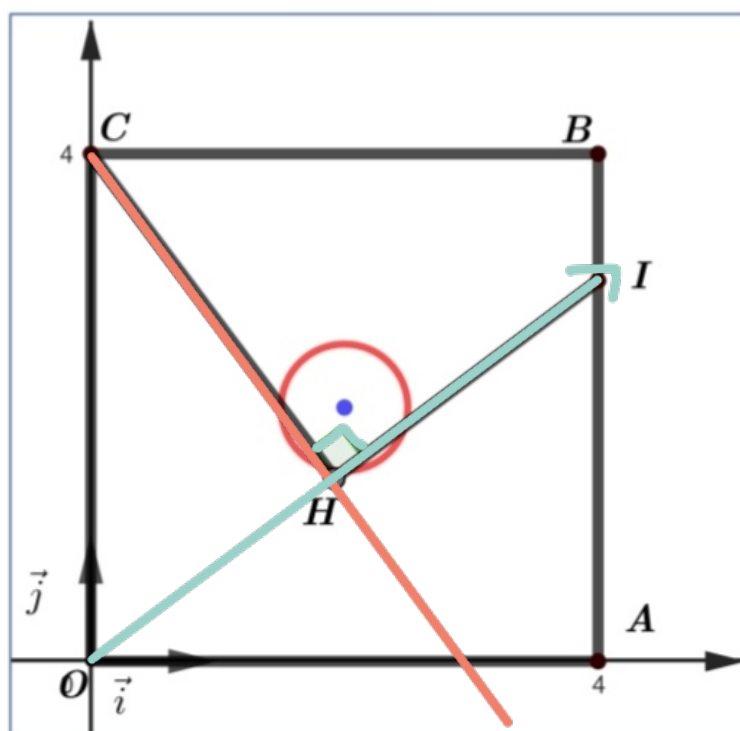
$$= 8e^{-1,5} + 5$$

donc $(3; 8e^{-1,5} + 5)$.



Exercice 1 (X points)

On considère la figure suivante, représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



On dispose des données suivantes :

- Le quadrilatère $OABC$ est un carré de côté 4 ;
- On a $A(4;0), B(4;4), C(0;4), I(4;3)$;
- Le point H est le projeté orthogonal du point C sur la droite (OI) ;
- On note $\mathcal{E}$ le cercle de centre $D(2;2)$ et de rayon 0,5.

1.a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OC}$.

b. En déduire le produit scalaire $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$.

2. a. Exprimer le produit scalaire $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$ en fonction des longueurs OH et OI .

b. Calculer la longueur OI .

c. En déduire que $OH = 2,4$.

3. a. Déterminer une équation cartésienne de la droite (CH) .

b. Justifier qu'une équation du cercle $\mathcal{E}$ est :

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7,75 = 0.$$

c. Le point $M(1,5;2)$ appartient-il à l'intersection du cercle $\mathcal{E}$ et de la droite (CH) ? Justifier.

Aide au calcul.

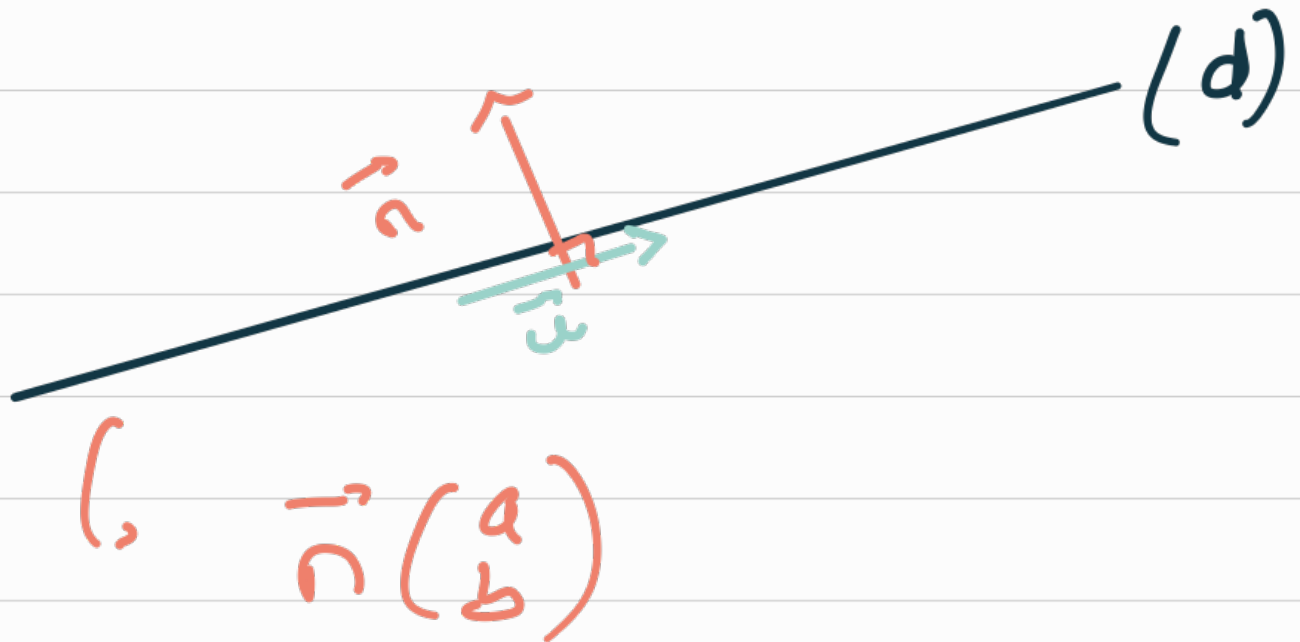
$$0,5^2 = 0,25$$

$$1,5^2 = 2,25$$

$$2,5^2 = 6,25$$

$$5 \times 2,4 = 12$$

- $ax + by + c = 0$



- on cherche la droite
 (CH) :
 $C(0; 4)$
 $\vec{OI}(4; 3)$ normal.

$$M(x; y) \in (CH)$$

ssi $\underline{\vec{OI} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}}$ et $\underline{\vec{CM} \begin{pmatrix} x-0 \\ y-4 \end{pmatrix}}$
normal directeur

sont orthogonaux

ssi $\vec{OI} \cdot \vec{CM} = 0$

ssi $4(x-0) + 3(y-4) = 0$

ssi $4x + 3y - 12 = 0$

$\mathcal{C}$: centre $(a; b)$ et de
rayon $r > 0$

$$\mathcal{C} : (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

• $(\mathcal{C})$: centre $D(2; 2)$ et
rayon $r = 0,5$

$$(\mathcal{C}) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 0,5^2 \\ = 0,25$$