

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reporter son numéro sur la copie et indiquer la réponse.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

On veut comparer deux nombres réels notés A et B.

On sait que la différence $A - B$ est strictement positive. Alors :

a. $A < B$

b. $A > B$

c. $A = B$

d. On ne peut pas savoir.

Question 2

On considère le nombre : $C = \frac{1}{2} + 3 \times \frac{5}{6}$. On a :

a. $C = 2$

b. $C = \frac{35}{12}$

c. $C = \frac{31}{2}$

d. $C = 3$

$$C = \frac{1}{2} + \frac{3 \times 5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{15}{6} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Question 3

On considère le nombre : $D = 3 \times 2^5 \times 2^3$. On a :

a. $D = 3 \times 2^8$

b. $D = 6^8$

c. $D = 3 \times 2^{15}$

d. $D = 7^8$

$$2^{5+3} = 2^8$$

Question 4

On considère le nombre : $E = 999 \times 1001$. Un ordre de grandeur de E est :

a. 1000

b. 10 000

c. 100 000

d. 1 000 000

Question 5

Quand on développe $(x + 2)^2$, on obtient :

a. $x^2 + 4x + 4$

b. $2x + 4$

c. $x^2 + 4$

d. $x^2 - 4$

$$(x+2)(x+2) = x^2 + 2x + 2x + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

Question 6

L'équation $3x - 5 = x + 3$ a pour solution :

a. $x = -4$

b. $x = 8$

c. $x = 6$

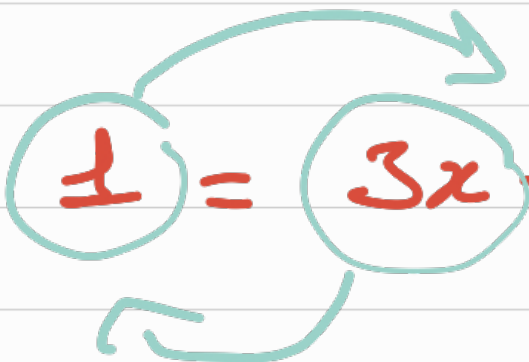
d. $x = 4$

$$3x - 5 = x + 3 \\ 3x - x = 3 + 5 \\ 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\bullet \quad 2x + 1 = 3$$

$$2x = 3 - 1 = 2$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

$$\bullet \quad 2x + 1 = 3x - 1$$


$$2x - 3x = -1 - 1$$

$$-x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-1} = 2$$

Question 7

$$60 \times \frac{40}{100} = 6 \times 4 = 24$$

Dans une boîte de 60 chocolats, 40 % sont des chocolats au lait. Combien y a-t-il de chocolats au lait dans la boîte ?

a. 20

b. 24

c. 25

d. 40

Question 8

Le taux d'évolution équivalent à une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % est :

$$\left(1 - \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = (1 - 0,1) \times (1 - 0,2) = 0,9 \times 0,8 = 0,72$$

$1 - 0,72 = 0,28$

a. -38 %

b. -30 %

c. -28 %

d. -18 %

Question 9

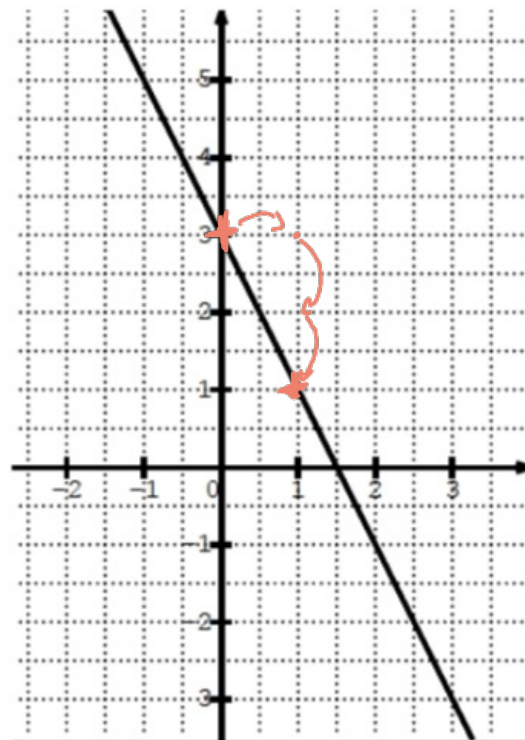
Une droite est représentée ci-contre. L'équation réduite de cette droite est :

a. $y = -2x + 3$

b. $y = 3x + 1,5$

c. $y = -0,5x + 3$

d. $y = -2x + 1,5$



Question 10

En physique, l'énergie cinétique d'un véhicule est donnée par la formule :

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

où m représente la masse du véhicule et v sa vitesse.

On souhaite exprimer v en fonction de E et m . Une expression de v est :

a. $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

c. $v = \sqrt{E - \frac{1}{2}m}$

b. $v = \frac{2E}{m}$

d. $v = \sqrt{2mE}$

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{E}{\frac{1}{2}m} = v^2$$

$$\frac{2E}{m} = v^2$$

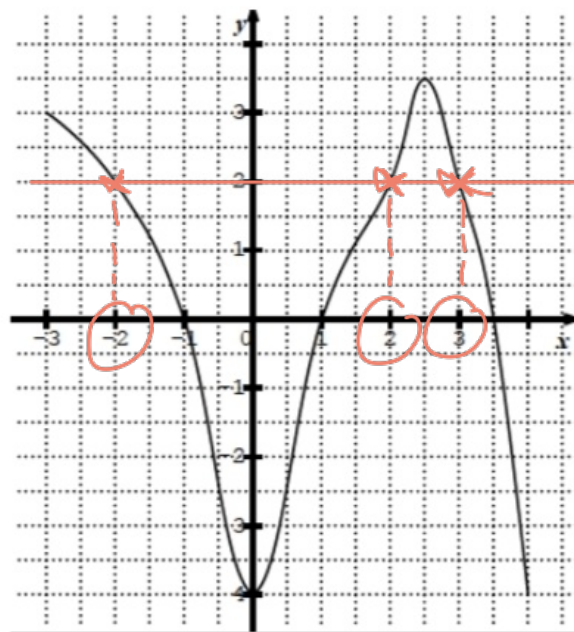
$$\sqrt{\frac{2E}{m}} = v$$

Question 11

Une fonction h définie sur $[-3 ; 4]$ est représentée ci-contre.

L'équation $h(x) = 2$ a pour ensemble solution :

- a. $S = \{2\}$
- b. $S = \{-2 ; 2 ; 3\}$
- c. $S = [-2 ; 3]$
- d. $S = \{-0,5 ; 0,5\}$



Question 12

Un élève a obtenu une série de trois notes 9 ; 11 ; 13 en mathématiques. Il a déterminé la moyenne et la médiane de cette série.

Il a obtenu deux nouvelles notes : 10 et 17 et obtient ainsi une nouvelle série de notes 9 ; 10 ; 11 ; 13 ; 17.

Laquelle des quatre propositions est vraie ?

- a. Les moyennes des deux séries sont égales et les médianes sont égales.
- b. Les moyennes des deux séries sont égales et les médianes sont différentes.
- c. Les moyennes des deux séries sont différentes et les médianes sont égales.
- d. Les moyennes des deux séries sont différentes et les médianes sont différentes.

$$\frac{9 + 11 + 13}{3} = \frac{33}{3} = 11$$

$$\frac{9 + 10 + 11 + 13 + 17}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

Exercice 1 (5 points)

En juin 2019, une population de 200 marmottes a été introduite dans un massif montagneux où cette espèce était absente. Un zoologue en charge de ce projet souhaite modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps.

Il constate qu'entre juin 2019 et juin 2020, la population a augmenté de 20 individus.

Partie A : Premier modèle

Le zoologue propose un premier modèle où la population augmente de 20 individus tous les ans.

On note alors u_n la population de marmottes que l'on peut estimer à l'aide de ce modèle en juin 2019 + n . On a donc $u_0 = 200$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
2. À combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?
3. En juin 2025, un nouveau décompte a permis de savoir que la population était de 355 individus. Ce premier modèle semble-t-il être adapté à la situation ?

Partie B : Second modèle

1. On rappelle que la population de marmottes était de 200 individus en juin 2019 et de 220 individus en juin 2020.

De quel pourcentage la population a-t-elle augmenté entre ces deux dates ?

Le zoologue propose un second modèle où la population augmente de ce même pourcentage tous les ans. Dans ce modèle, on représente la population de marmottes en juin 2019 + n par v_n tel que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 1,1 \times v_n$.

2. a. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
b. Exprimer v_n en fonction de n .

3. On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (v_n) .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	$v(n)$	200	220	242	266	293	322	354	390	429	472	519

- a. Selon ce nouveau modèle, à combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?
- b. En utilisant la donnée fournie dans la question 3 de la partie A, ce nouveau modèle semble-t-il pertinent ?
- c. Au mois de juin de quelle année la population de marmottes de ce massif montagneux aura-t-elle dépassé 400 individus, selon ce modèle ?

Partie A :

1) (u_n) est arithmétique de raison 20.

2) $u_6 = u_0 + 6 \times 20$

$$u_n = u_0 + n \times r$$

$$u_6 = 200 + 6 \times 20$$

$$= 200 + 120$$

$$= 320$$

Il y a 320 marmottes en juin 2025.

3) on a trouvé $220 < 355$,
donc le modèle n'est pas
adapté à la situation.

Partie B:

1)
$$E\% = \frac{V_g - V_i}{V_i} \times 100$$

$$\frac{220 - 200}{200} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{200}} = \frac{2}{20}$$

$$= \frac{\cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 10}$$

$$= 0,1 \times 100$$

donc l'augmentation est 10%.

2) a) $v_{n+1} = 1,1 \times v_n$

$\Rightarrow (v_n)$ est géométrique de $1,1$.

b) $u_n = u_0 \times q^n$

$\Rightarrow v_n = 200 \times (1,1)^n$

3) a) $u_6 = 354$.

Il y a, d'après ce modèle, 354 individus en 2025,

b) 354 est beaucoup plus proche de 355. Donc le modèle semble pertinent.

c) $u_8 = 429$.

Donc la population aura dépassée 400 individus en juin 2027.

Exercice 2 (5 points)

Les 200 adhérents d'une salle de sport ne pratiquent qu'une seule activité parmi les deux activités suivantes : le step et le crossfit. La répartition des adhérents est donnée dans le tableau suivant.

	Step	Crossfit	Total
Homme	20	80	100
Femme	60	40	100
Total	80	120	200

On choisit un adhérent au hasard parmi les 200 adhérents.

On considère les événements suivants :

- F : « l'adhérent est une femme » ;
- H : « l'adhérent est un homme » ;
- S : « l'adhérent pratique le step » ;
- C : « l'adhérent pratique le crossfit ».

1. Déterminer la probabilité $P(F)$ de l'événement F. $P(F) = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$
2. Déterminer la probabilité que l'adhérent soit un homme qui pratique le step. $\frac{20}{200} = 0,1$
3. Déterminer la probabilité de l'événement $F \cap S$. $\frac{60}{200} = \frac{3}{10} = 0,3$
4. Les événements F et S sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
5. On choisit au hasard une femme parmi les adhérents. Quelle est la probabilité qu'elle pratique le crossfit ? $\frac{40}{100} = 0,4$
6. Déterminer la probabilité $P_C(F)$. $\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$.
F sachant C

$$4) P(F \cap S) = 0,3$$

$$P(F) = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{et} \quad P(S) = \frac{80}{200} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\Rightarrow P(F) \times P(S) = 0,5 \times 0,4 = 0,20 = 0,2$$

$$\text{or } \mathbb{P}(F \cap S) \neq \mathbb{P}(F) \times \mathbb{P}(S)$$

donc les événements ne sont pas indépendants.

A et B sont indépendants
ssi

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(B)$$

Exercice 3 (4 points)

On considère ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2; 4]$. On a également tracé sa tangente au point A d'abscisse -1 .

1. Par lecture graphique, donner la valeur de :

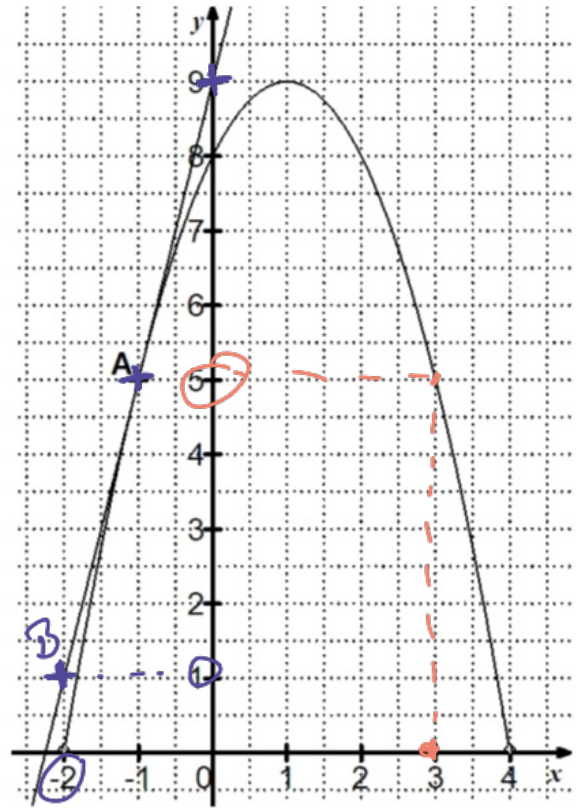
a. $f(3)$

b. $f'(-1)$

• $f(3) = 5$

$A(-1; 5)$ $B(-2; 1)$

• $f'(-1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 5}{-2 - (-1)} = \frac{-4}{-1} = 4$



2. On admet que la fonction f est définie sur $[-2; 4]$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 8$.

a. Calculer $f'(x)$ pour x appartenant à $[-2; 4]$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-2; 4]$.

3. Donner les variations de f sur $[-2; 4]$.

2) a) $f'(x) = -1 \times 2x + 2 + 0$

$= -2x + 2$ $\rightarrow \begin{matrix} a = -2 \\ b = 2 \end{matrix}$

b)

x	-2	1	4
f'	+	0	-

$\frac{-b}{a} = \frac{-2}{-2} = 1$

c)

x	-2	1	4
f'	+	0	-

donc f est croissante sur $[-2; 1]$ et f est décroissante sur $[1; 4]$