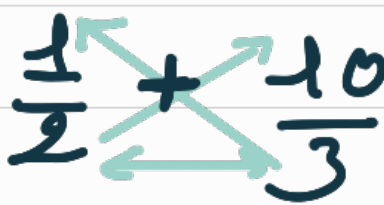


$$\cdot A = \frac{1}{2} + 4 \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{20}{6}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\cancel{2} \times 10}{\cancel{2} \times 3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{10}{3}$$


$$= \frac{1 \times 3 + 2 \times 10}{2 \times 3}$$

$$= \frac{3 + 20}{6} = \frac{23}{6}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{24 - 15}{36}$$

$$= \frac{9}{36}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Exercice 2 (3 points)

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On considère les points $A(-1; 5)$, $B(3; 5)$ et $C(4; 0)$.

$$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

- 1) a. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
b. En déduire la valeur du produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- 2) a. Montrer que $AC = 5\sqrt{2}$.

On admet que $AB = 4$.

- b. Écrire l'expression permettant de calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ en fonction de l'angle \widehat{BAC} .
- c. En déduire une mesure, en radian, de l'angle \widehat{BAC} .

Aide aux calculs :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1) a) $\vec{AB}(4; 0)$
 $\vec{AC}(5; -5)$

2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = x_{AB} \times x_{AC} + y_{AB} \times y_{AC}$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4 \times 5 + 0 \times (-5)$$
$$= 20$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$2) a) AC = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (6 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + (1-5)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 25}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5 \times \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= 5 \times \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= 5\sqrt{2} .$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

$$b) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$c) 20 = 4 \times 5\sqrt{2} \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$20 = 20\sqrt{2} \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$\frac{20 \times 1}{20\sqrt{2}} = \cos(\widehat{BAC})$$

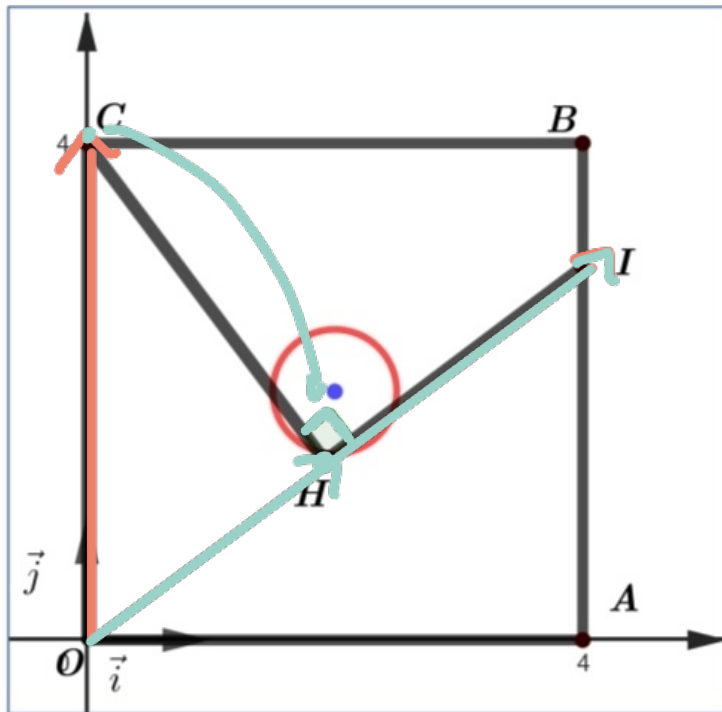
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\widehat{BAC})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos(\widehat{BAC})$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \pi/4.$$

Exercice 1 (X points)

On considère la figure suivante, représentée dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



On dispose des données suivantes :

- Le quadrilatère $OABC$ est un carré de côté 4 ;
- On a $A(4; 0), B(4; 4), C(0; 4), I(4; 3)$;
- Le point H est le projeté orthogonal du point C sur la droite (OI) ;
- On note \mathcal{E} le cercle de centre $D(2; 2)$ et de rayon 0,5.

$$\vec{OC}(0;4)$$

1. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{OI} et \vec{OC} .

$$\vec{OI}(4;3)$$

b. En déduire le produit scalaire $\vec{OI} \cdot \vec{OC} = 0 \times 4 + 4 \times 3 = 12$

2. a. Exprimer le produit scalaire $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$ en fonction des longueurs \underline{OH} et OI .

b. Calculer la longueur OI .

c. En déduire que $OH = 2,4$.

3. a. Déterminer une équation cartésienne de la droite (CH) .

b. Justifier qu'une équation du cercle \mathcal{E} est :

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7,75 = 0.$$

c. Le point $M(1,5; 2)$ appartient-il à l'intersection du cercle \mathcal{E} et de la droite (CH) ? Justifier.

Aide au calcul.

$$0,5^2 = 0,25$$

$$1,5^2 = 2,25$$

$$2,5^2 = 6,25$$

$$5 \times 2,4 = 12$$

$$2) a) \vec{OI} \cdot \vec{OC} = \vec{OI} \cdot \vec{OH} \\ = OI \times OH$$

$$b) OI = \sqrt{25} = 5$$

$$c) \vec{OI} \cdot \vec{OC} = OI \times OH$$

$$12 = 5 \times OH$$

$$\frac{12}{5} = OH$$

$$\Rightarrow OH = 2,4.$$

Exercice 2 (X points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[-5; 3]$ par :

$$P(x) = 2x^2 + x - 10.$$

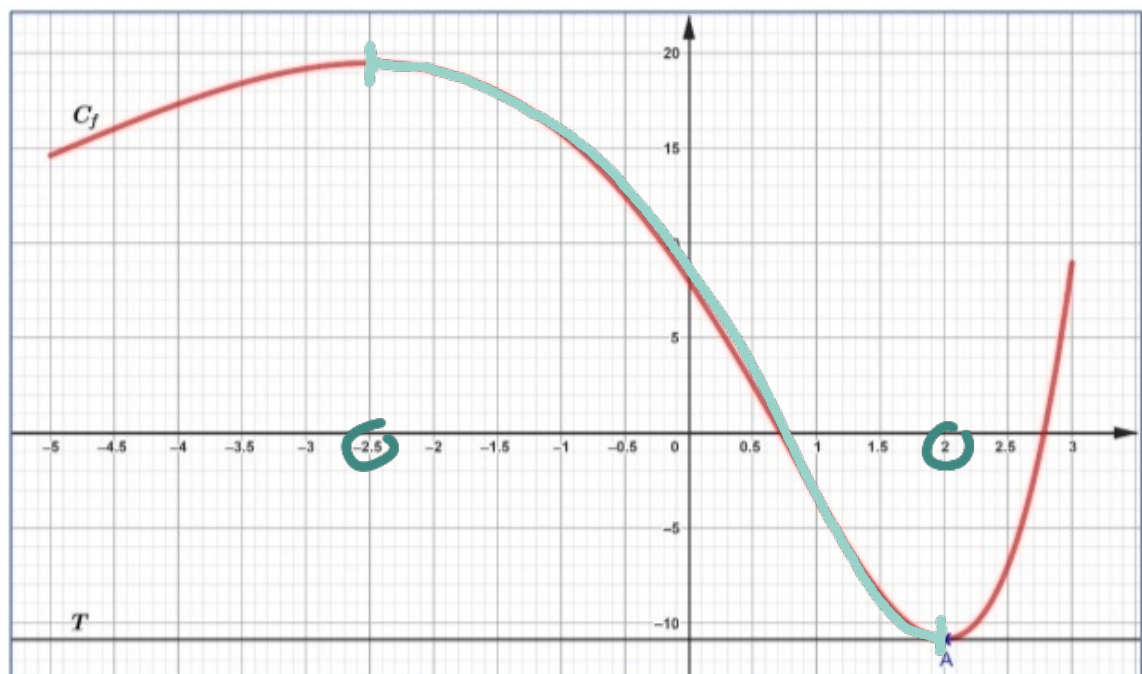
1. a. Déterminer les racines de P .

b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$ → $x = -\frac{b}{2a}$

2. Etablir le tableau de signe de la fonction P sur l'intervalle $[-5; 3]$.

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 3]$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative C_f .



La tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 2 est horizontale.

1. Donner la valeur du nombre dérivé $f'(2)$. = 0

2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f'(x) < 0$.

$J =]-2.5; 2[$

3. On sait que la fonction f a pour expression sur l'intervalle $[-5; 3]$

$$f(x) = (4x^2 - 14x + 8)e^{0.5x}.$$

Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5; 3]$, on a

$$f'(x) = P(x)e^{0.5x}.$$

4. En utilisant les résultats de la **partie A**, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5; 3]$. (Il n'est pas demandé de calculer les images).

2)

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	2	$+\infty$
signe	signe a	signe $-a$	signe a	
P	$+$	0	$-$	$+$



$\Delta > 0$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe $ax^2 + bx + c$	signe a	signe 0	signe $-a$	signe a

$\Delta = 0$:

x	$-\infty$	$x_0 = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	signe a	\emptyset	signe a

$\Delta < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	signe a	

Partie D :

abscisse

$$f'(a) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

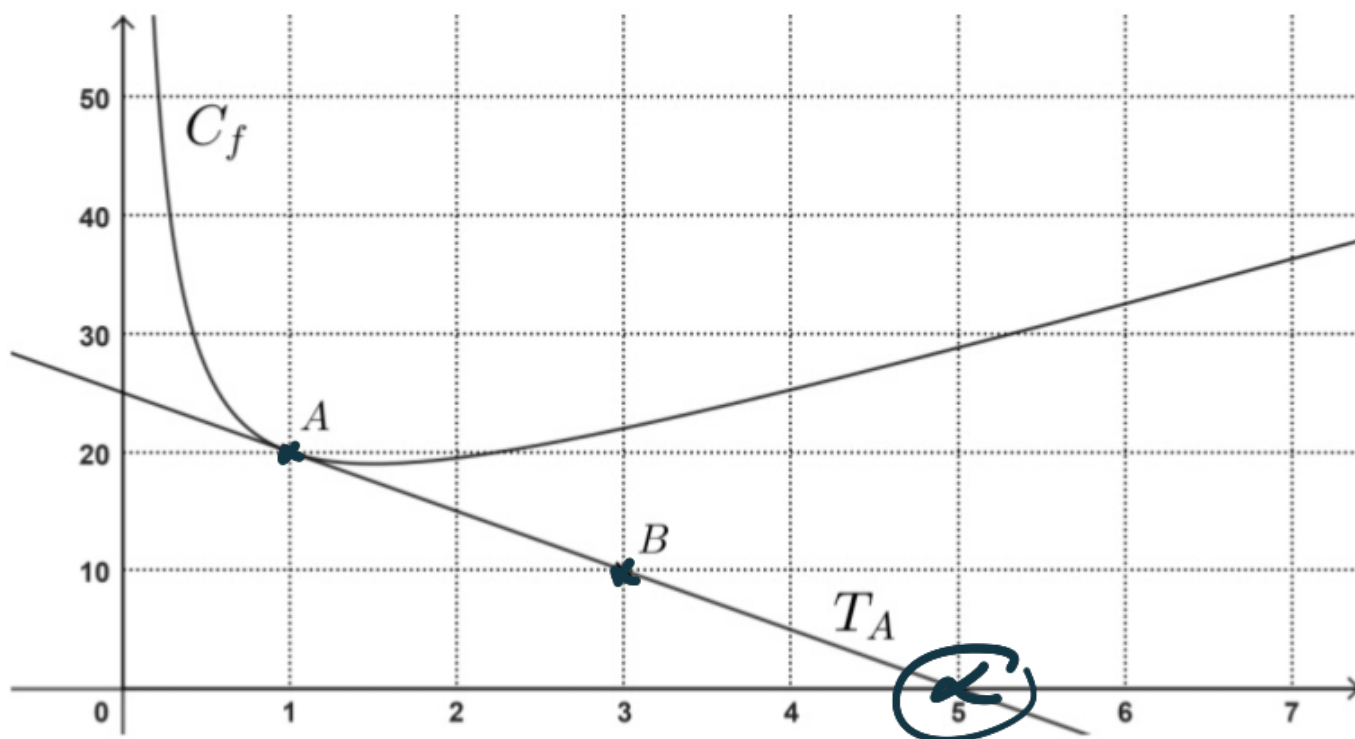
où A, B deux points de la tangente

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{ax+b})' = a e^{ax+b}$$

droite T_A tangente à la courbe C_f au point A de coordonnées $(1 ; 20)$.

La droite T_A passe par le point B de coordonnées $(3 ; 10)$.



$$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10 - 20}{3 - 1} = -5$$

$$3) f'(x) = (8x-14) e^{0,5x} + 0,5 e^{0,5x} (4x^2 - 14x + 8)$$

$$= e^{0,5x} \left[8x - 14 + 0,5(4x^2 - 14x + 8) \right]$$

$$= e^{0,5x} (8x - 14 + 2x^2 - 7x + 4)$$

$$= e^{0,5x} (2x^2 + x - 10)$$

$$= P(x) e^{0,5x}$$

?

$$4) f'(x) = P(x) e^{0,5x}$$

> 0

x	-5	$-\frac{5}{2}$	2	3
δ'	$+$	0	-0	$+$
δ				

Diagram illustrating the sign of the derivative δ' and the function δ across intervals defined by critical points $x = -5, -\frac{5}{2}, 2, 3$.

The derivative δ' is positive ($+$) for $x < -5$ and $x > 3$, and zero (0) at $x = -\frac{5}{2}$ and $x = 2$.

The function δ is increasing for $x < -5$ and $x > 3$, and decreasing for $-5 < x < -\frac{5}{2}$ and $-\frac{5}{2} < x < 2$.