Vecteurs

Exercice 1

Simplifier les expressions en utilisant la relation de Chasles :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$
2. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
3. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$
4. $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$
5. $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$

1) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

Exercice 3

On considère un triangle ABC et les poins D et E tels que :

$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Que peut-on en conclure sur les points A, E et C?

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, et donc les points A, E et C sont alignés.

Exercice 5

On considère un triangle ABC et les points E et F tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.

Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.

Que peut-on en déduire sur les droites (EF) et (BC)?

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$$

$$= -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, et donc

Les droites sont parallèles.

Nom : ....

CONTRÔLE BILAN VECTEURS **2°1 sujet B**

(17 points)

Exercice 1

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) placer les points :
A(−4 ;−2) ; B(−2 ; 2) ; C(2 ;0) . (Prendre un carreau comme unité)

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$

3. Calculer les longueurs AB, AC et BC.

4. Déterminer la nature du triangle ABC. Soyez le plus précis possible.

5. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

6. Soit M le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées du point M.

7. Quelle est la nature exacte de ce parallélogramme. Justifier.

8. Placer sur le graphique le point L(0 ;3) Construire le point N tel que $\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{BL}$.

9. Calculer les coordonnées du point N.

10. Quelle est la valeur du réel k qui vérifie l'égalité $\overrightarrow{NL} = k\overrightarrow{NB}$?

11. Que peut-on dire des points N, L, B ? Justifier.

12. Donner les longueurs des diagonales du parallélogramme ABCD

2) $\overrightarrow{AB}(-2-(-4) \; ; \; 2-(-2))$

- $\overrightarrow{AB}(2 \; ; \; 4)$
- $\overrightarrow{AC}(6 \; ; \; 2)$
- $\overrightarrow{BC}(4 \; ; \; -2)$

3) $\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

$$AB = \sqrt{(2^2 + 4^2)}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{4 + 16}$$

$$= \sqrt{20} \rightarrow \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$$

$$= 2\sqrt{10}.$$

$$BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16 + 4}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5}.$$

4) on a $AB = BC$, donc
ABC est un triangle isocèle.

$$AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2$$

$$= 4 \times 5 + 4 \times 5$$

$$= 40$$

$$= AC^2$$

donc ABC est un triangle

isocèle et rectangle en B.

5) on pose $D(x_D ; y_D)$

on sait que ABCD est un parallélogramme donc

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$(2 ; 4) = (2 - x_D ; 0 - y_D)$$

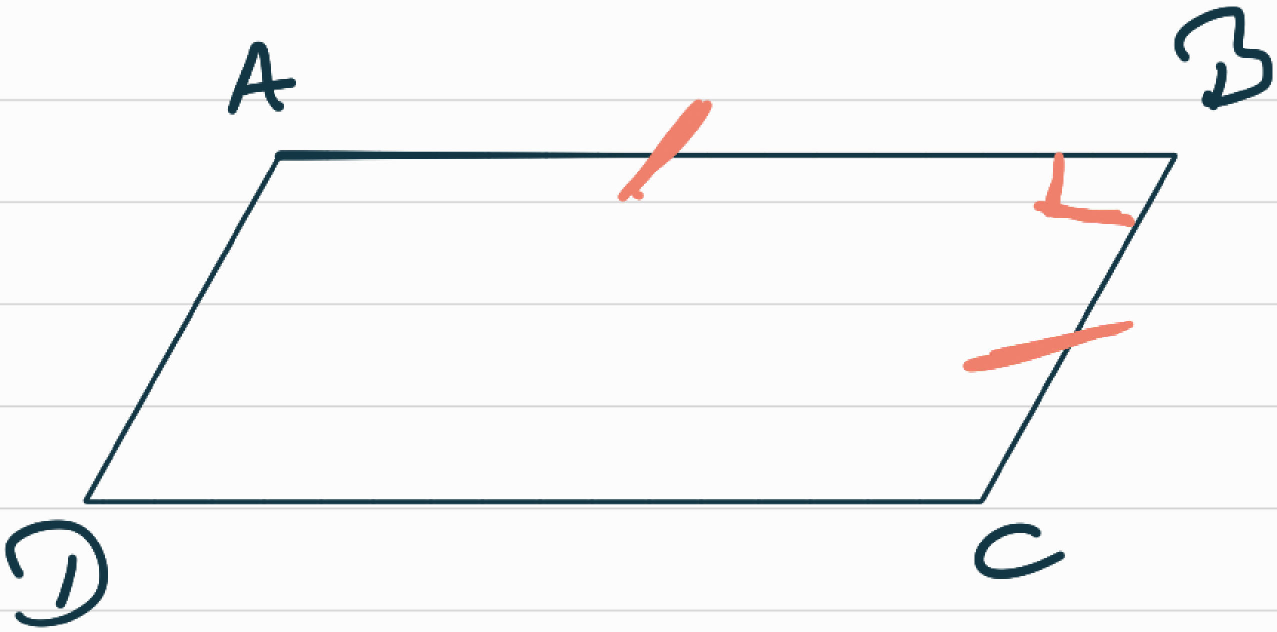
donc : $\begin{cases} 2 = 2 - x_D \iff \boxed{x_D = 0} \\ 4 = 0 - y_D \iff \boxed{y_D = -4} \end{cases}$

donc $D(0 ; -4)$.

6) $M\left(\frac{-4+2}{2} ; \frac{-2+0}{2}\right)$

$\Rightarrow M(-1 ; -1)$

7)



Donc on a un parallélogramme qui possèdent deux côtés consécutifs de même longueurs et avec un angle droit.

Donc ABCD est un carré.

8) $B(-2;2)$

$L(0;3)$

$\boxed{\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{BL}}$.

---

on pose $N(x_N; y_N)$

$\overrightarrow{BN}(x_N-(-2); y_N-2)$

$\boxed{\overrightarrow{BN}(x_N+2; y_N-2)}$

$\overrightarrow{BL}(2; 1)$

$\boxed{4\overrightarrow{BL}(8; 4)}$

$$\underbrace{(x_N+2\,;\,y_N-2)}_{\overrightarrow{BN}} = \underbrace{(8\,;\,4)}_{4\overrightarrow{BL}}$$

- $x_N + 2 = 8 \iff x_N = 6$
- $y_N - 2 = 4 \iff y_N = 6$

Donc $N(6\,;\,6)$