

Second degré

③ - Factorisation

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\bullet \Delta = b^2 - 4ac$$

$\rightarrow \Delta < 0$: pas de factorisation

$$\rightarrow \Delta = 0 : x_0 = -\frac{b}{2a} = \alpha$$

$$\hookrightarrow f(x) = a(x - x_0)^2$$

$$\rightarrow \Delta > 0 : x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

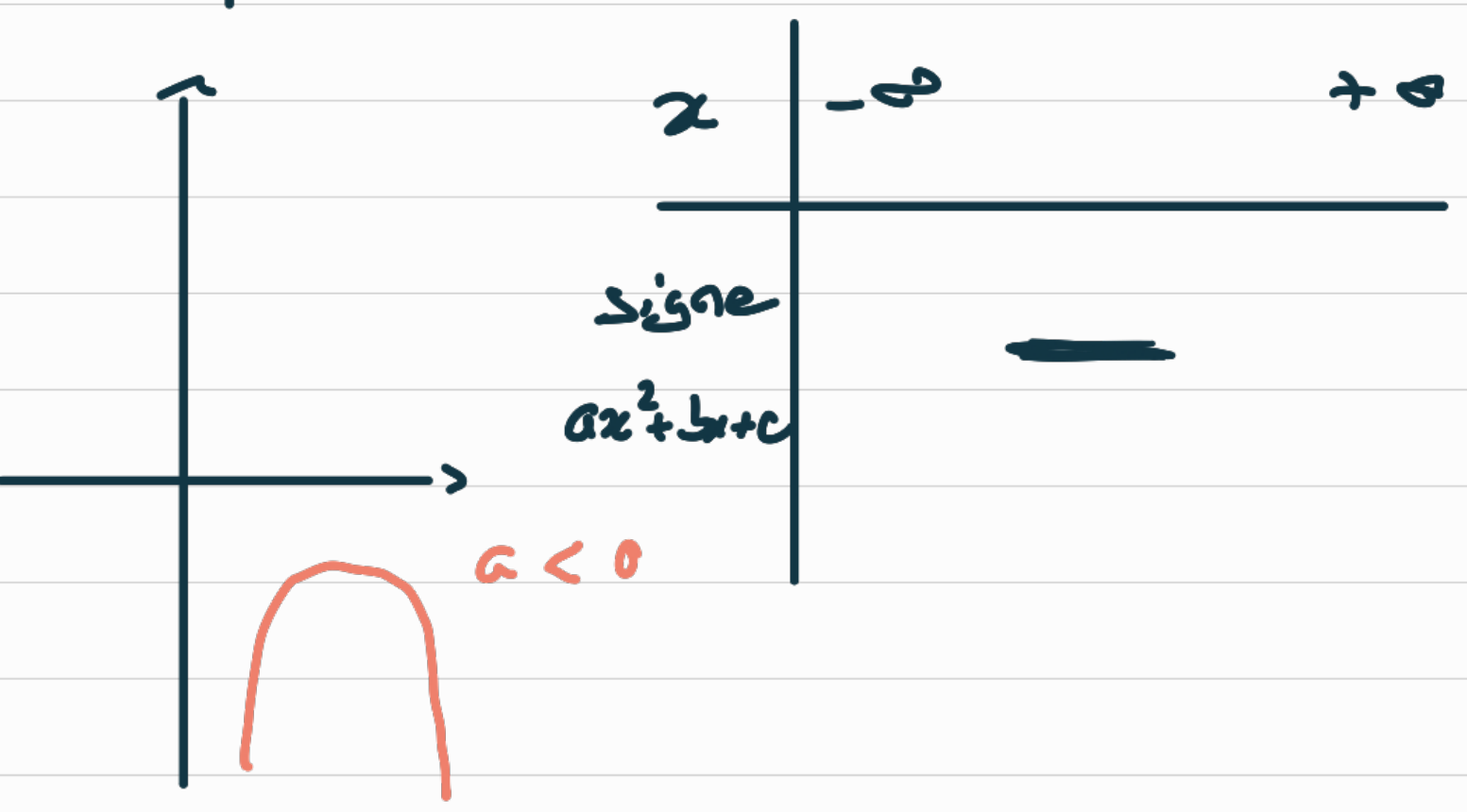
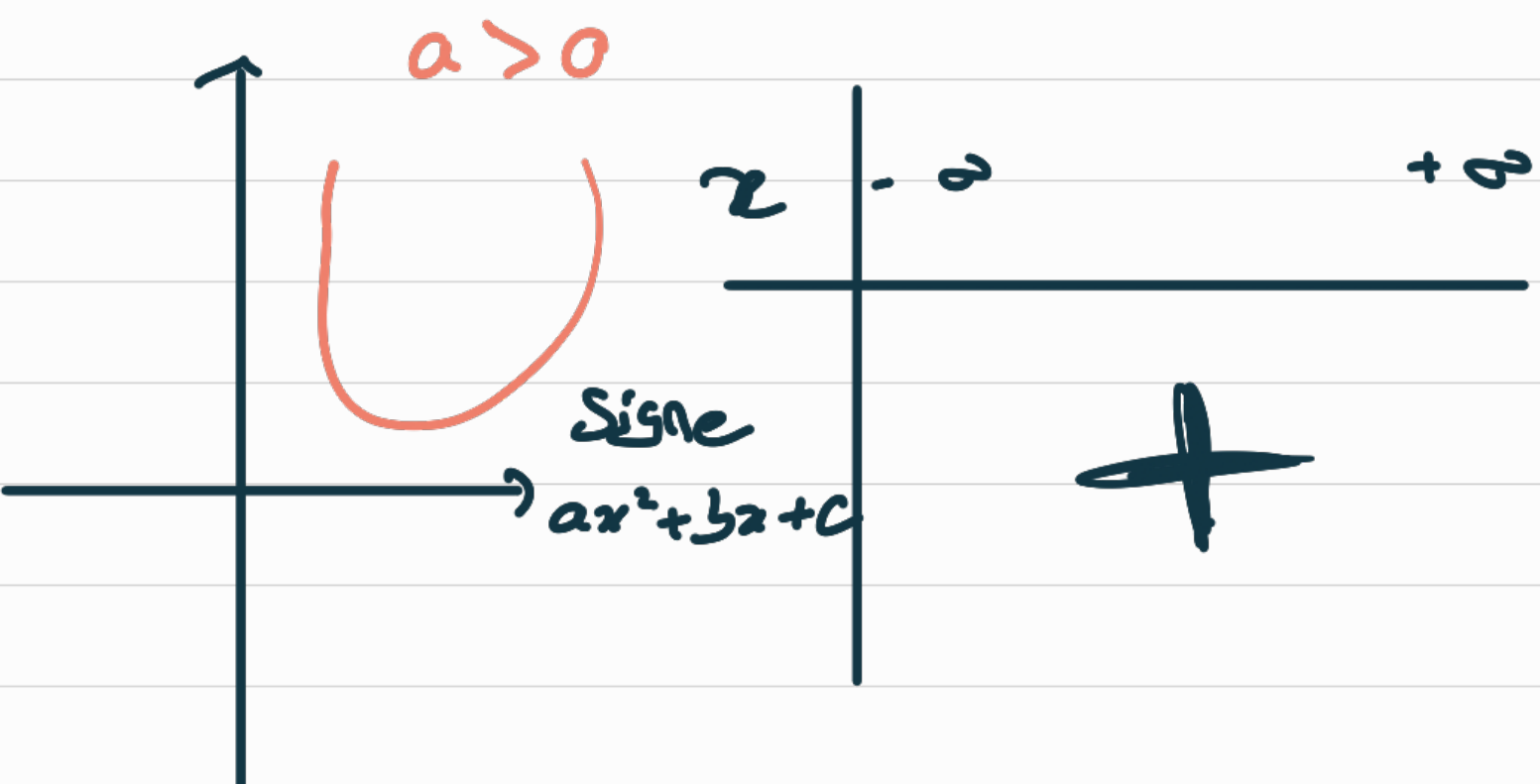
$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \end{array} \right.$$

③ Signe d'un trinôme

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

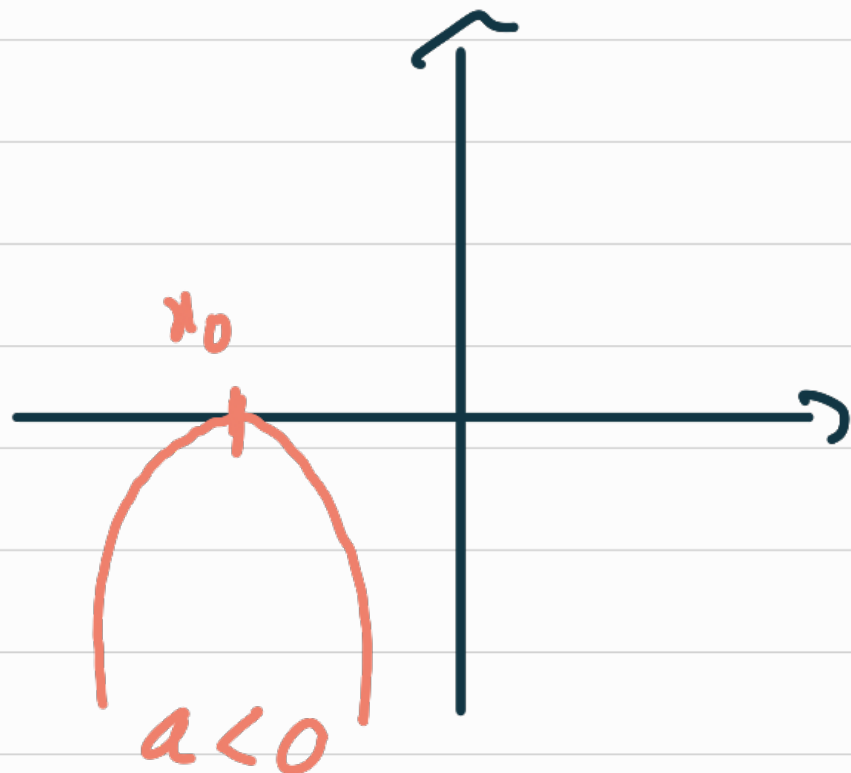
$$\rightarrow \Delta < 0 :$$

x	$-\infty$	$+\infty$
signe $ax^2 + bx + c$	signe de a	



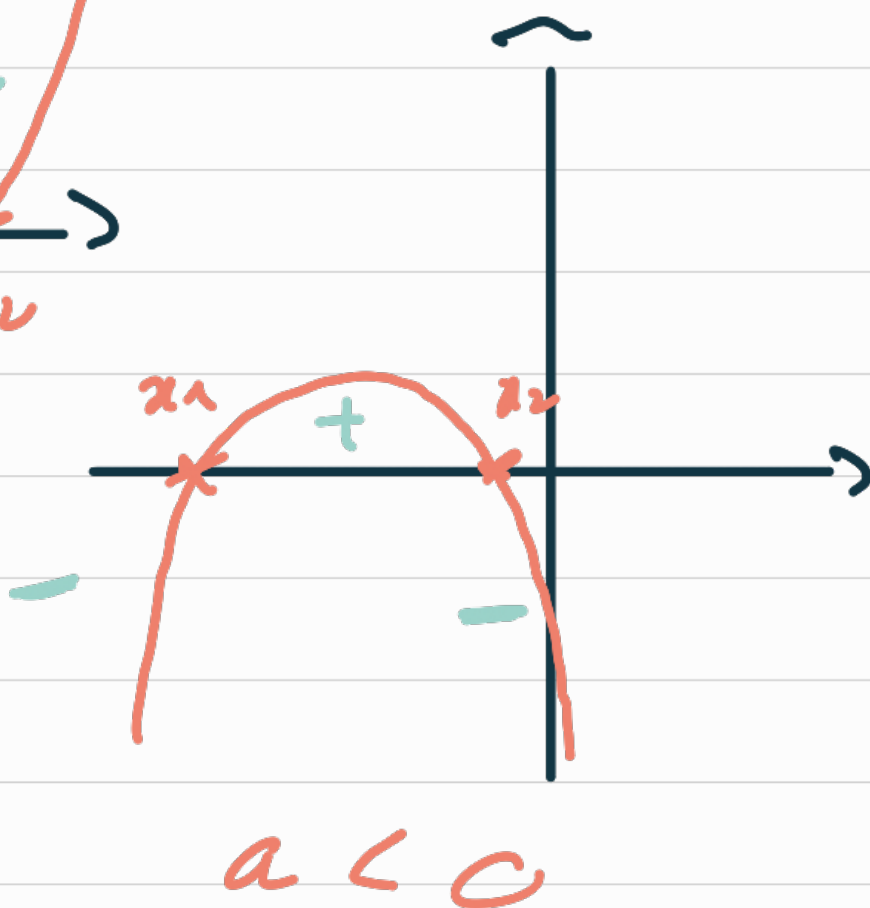
$\rightarrow \triangle = 0 :$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	signe de a	$\bigcirc$	signe de a



→ $\Delta > 0$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe ax^2+bx+c	signe de a	$\bigcirc$ de $-a$	$\bigcirc$ de a	signe de a



Exercices

Exercice 8

Dans chacun des cas, donner la forme canonique de l'expression fournie :

1. $x^2 - 8x + 1$

2. $-x^2 + 6x - 1$

3. $3x^2 - 3x + 6$

4. $-2x^2 - 5x - 3$

1) $x^2 - 8x + 1 = (x - 4)^2 - 15$

2) $-x^2 + 6x - 1 = -(x - 3)^2 + 8$

3) $3x^2 - 3x + 6 = 3(x - 0,5)^2 + 5,25$

4) $-2x^2 - 5x - 3 = -2(x + 1,25)^2 + 0,125$

Exercice 1

Dans chacun des cas, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $P(x) = 0$ et factoriser $P(x)$:

1. $P(x) = 3x^2 - x + 2$

2. $P(x) = -5x^2 - 9x + 2$

3. $P(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

4. $P(x) = -4x + 3x^2 + 1$

1) $\Delta = b^2 - 4ac$

$$= (-1)^2 - 4 \times 3 \times 2$$

$$= 1 - 24$$

$$= -23 < 0$$

donc il n'y a pas de solutions et de factorisation.

$$\begin{aligned}
 2) \quad \Delta &= b^2 - 4ac \\
 &= (-9)^2 - 4 \times (-5) \times 2 \\
 &= 81 + 40 \\
 &= 121 > 0
 \end{aligned}$$

il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{9 - 11}{-10} = \frac{-2}{-10} = 0,2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{9 + 11}{-10} = -2$$

donc les solutions de $P(x) = 0$
sont $\{0, 1; -2\}$.

$$\text{et } P(x) = -5(x - 0,1)(x + 2)$$

$$3) \Delta = \{3\}$$

$$P(x) = \frac{1}{3}(x - 3)^2$$

$$4) \Delta = \left\{1; -\frac{1}{4}\right\}$$

$$P(x) = -4\left(x - 1\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$$

Exercice 5

Étudier, suivant les valeurs de x le signe de :

$$1. A(x) = -5x^2 + 26x - 5$$

$$2. B(x) = -3x^2 + 2x - 5$$

$$3. C(x) = 25x^2 - 20x + 4$$

$$1) \Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 26^2 - 4 \times (-5) \times (-5)$$

$$= 676 - 100$$

$$= 576 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-26 - \sqrt{576}}{2 \times (-5)} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-26 + 24}{-10} = \frac{1}{5}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	5	$+\infty$	
signe $A(x)$	$-$	$\bigcirc$	$+$	$\bigcirc$	$-$

2)

x	$-\infty$	$+\infty$
signe $B(x)$	$-$	

3)

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
signe $C(x)$	+	0	+