

Second degré

def: une fonction (polynôme) du second degré est :

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad x \in \mathbb{R}$$

constante

①. Forme canonique

def: la forme canonique d'une fonction du second degré est :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha).$$

exemple :

$$f(x) = \underset{a}{2}x^2 - \overset{b}{4}x + \underset{c}{1}$$

Donner la forme canonique.

$$\rightarrow \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{4} = 1$$

$$\rightarrow \beta = f(1)$$

$$= 1 \times 2^2 - 4 \times 1 + 1$$

$$= 4 - 4 + 1 = 1$$

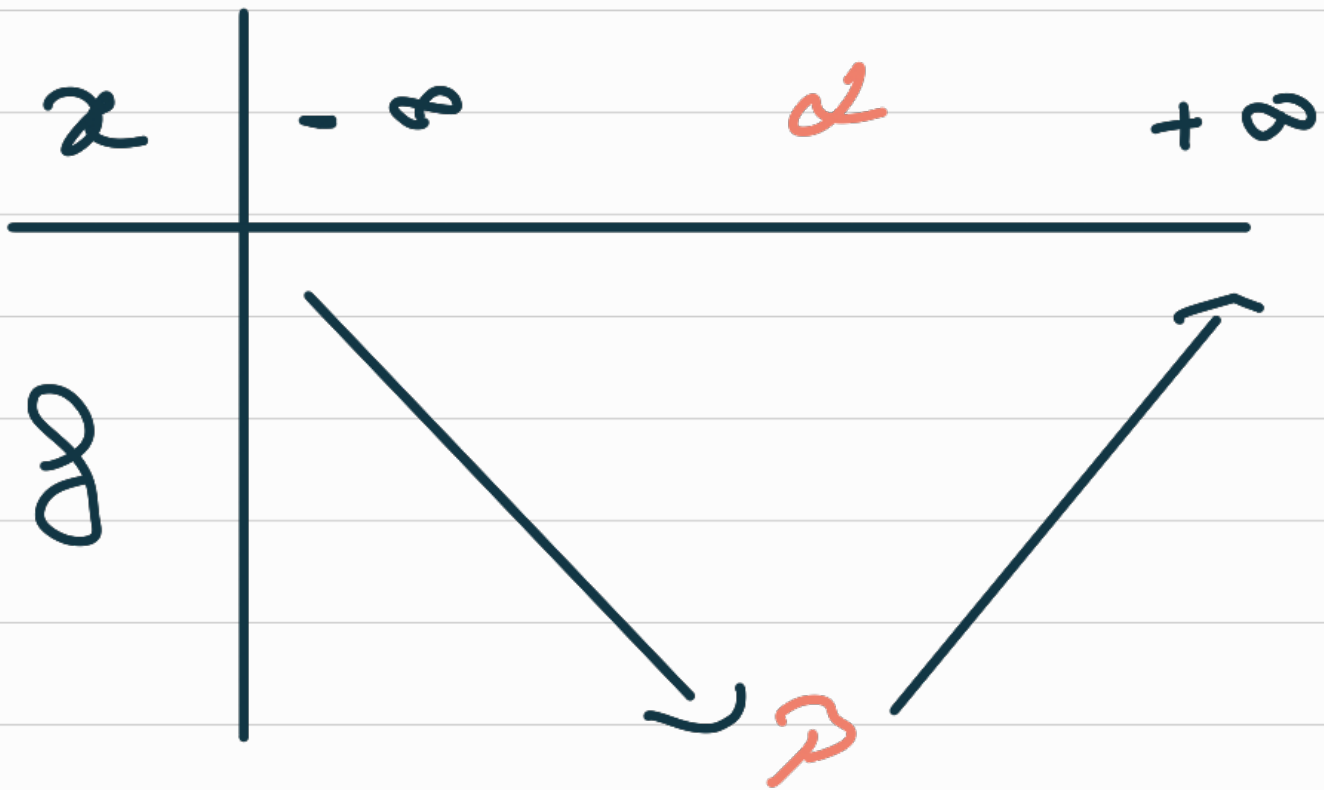
$$f(x) = 2(x-1)^2 + 1.$$

remarque :

$$\beta = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a}$$

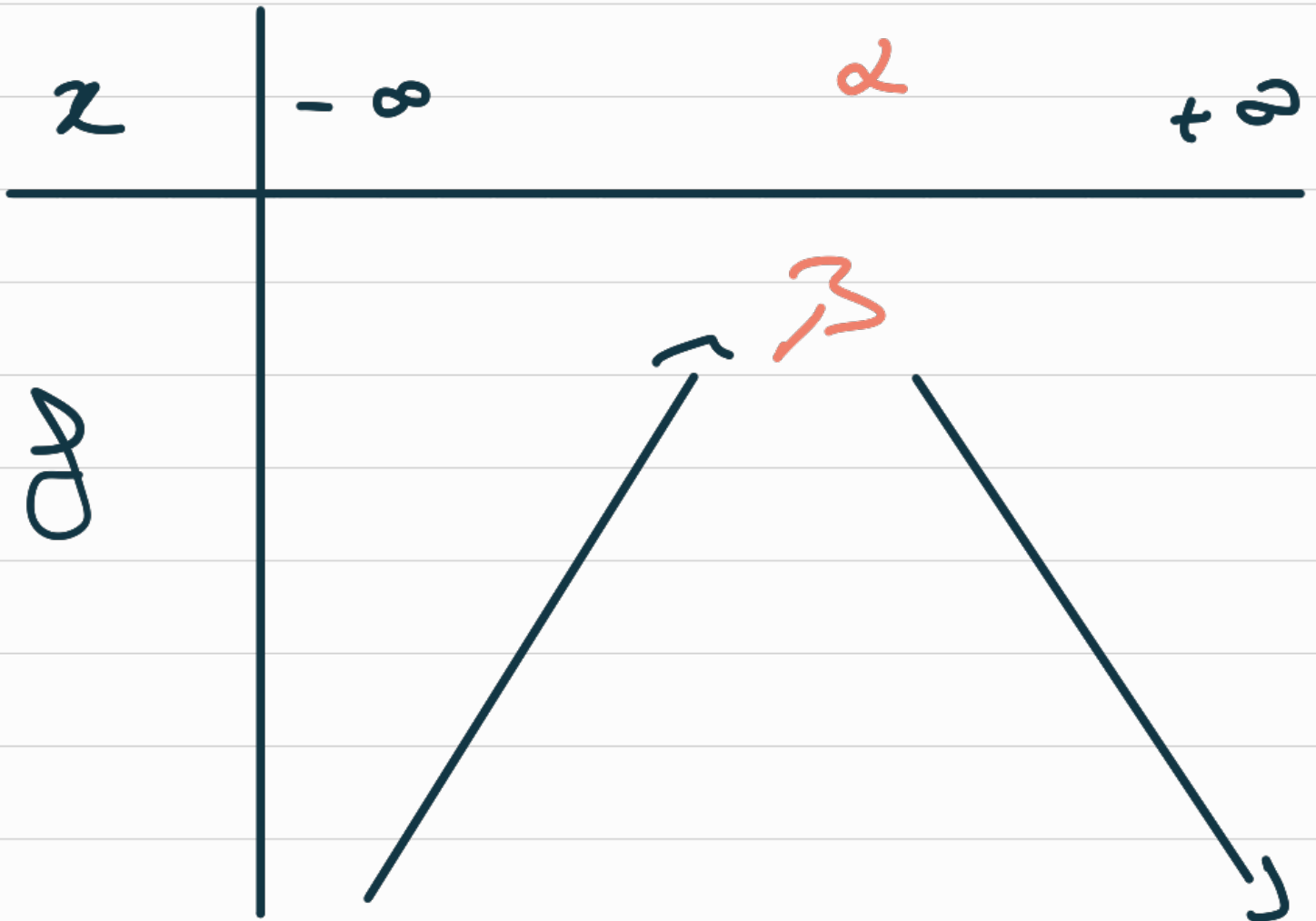
Prop: sens de variations

$$\rightarrow a > 0$$



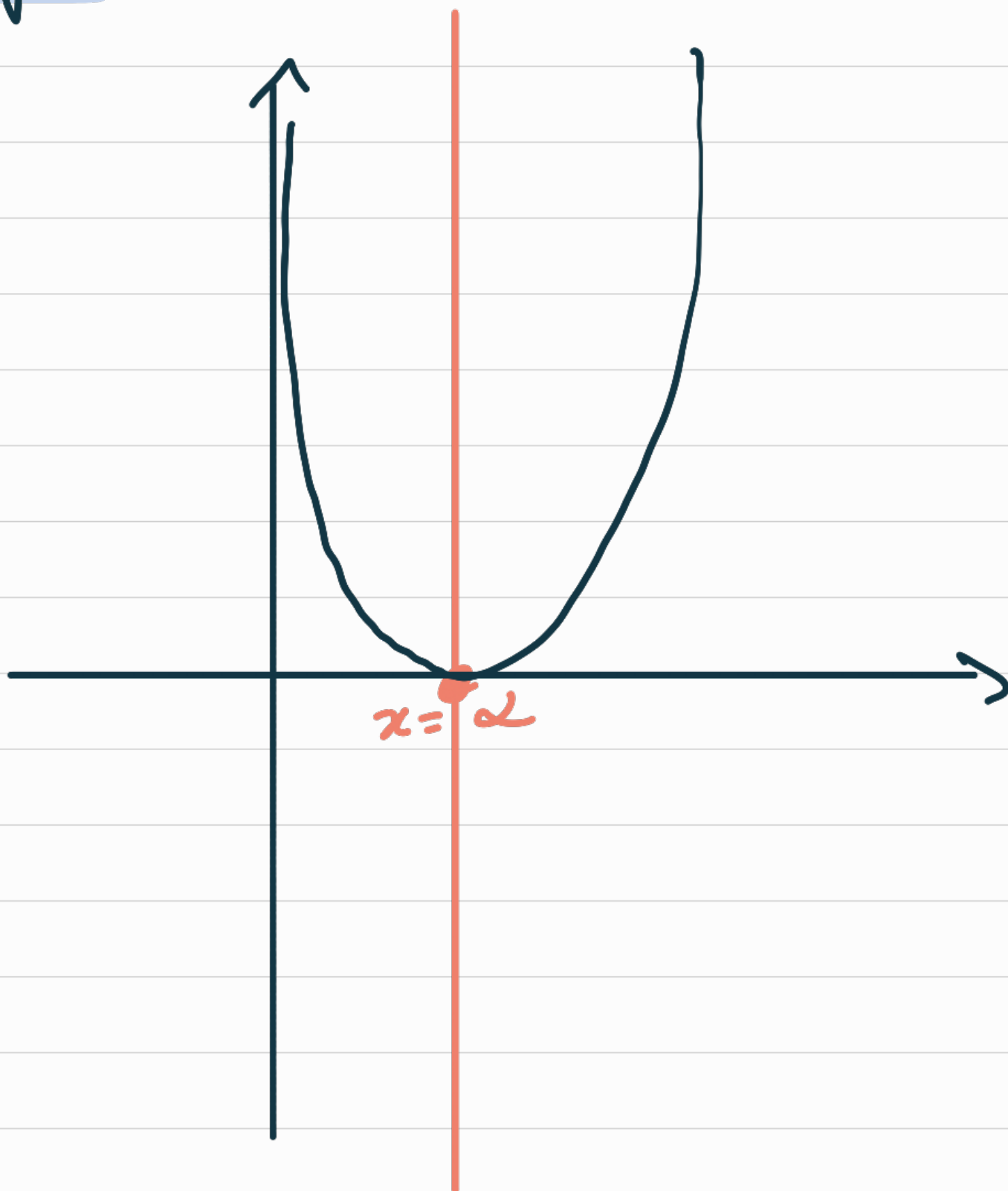
$\hookrightarrow$ minimum
Sommet a pour
coordonnées $(\alpha; \beta)$

$\rightarrow a < 0$



↳ maximum / sommet a
pour coordonnée $(2; 3)$.

Prop :



La parabole admet pour
axe de symétrie la droite d'
équation $x = 2$

② - Résolution d'équation

$$ax^2 + bx + c = 0$$

def: on appelle le discriminant du trinôme :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

prop: • calcul Δ .

→ $\Delta < 0$: pas de solution réelle.

→ $\Delta = 0$: il y a une solution $x_0 = \frac{-b}{2a}$

$\rightarrow \Delta > 0$: il y a deux solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

exemple :

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$a=2 \quad b=-1 \quad c=-6$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6)$$

$$= 1 + 48 = 49 > 0$$

Il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 7}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 7}{4} = 2$$

$$, \quad \underset{a=2}{2}x^2 - \overset{b=-3}{3}x + \overset{c=\frac{9}{8}}{\frac{9}{8}} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - \overset{8}{\cancel{4 \times 2 \times \frac{9}{8}}}$$

$$= 9 - 9$$

$$= 0 \Rightarrow x_0 = \frac{3}{4}$$

Prop:

- Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ sont nommées les racines de $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Sommes des racines :

$$S = -\frac{b}{a}$$

$x_1 + x_2$

- Produit des racines

$$P = \frac{c}{a}$$

$x_1 \times x_2$

exemple :

$$f(x) = -2x^2 + x + 1.$$

$a = -2$ $b = 1$ $c = 1$

1) Montrer que $x_1 = 1$ est racine de f .

$$\begin{aligned} \hookrightarrow f(1) &= (-2) \times 1^2 + 1 + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

donc 1 est racine de f

2) Déterminer la deuxième racine

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \text{on sait que } S &= -\frac{b}{a} \\ &= -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad S = x_1 + x_2$$

$$\text{d'où} \quad \frac{1}{2} = 1 + x_2$$

$$\text{et} \quad x_2 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$