

Suites

• $f(x) = x + 3, x \in \mathbb{R}$

$\hookrightarrow$ antécédent

image

• $u_n = n - 3, n \in \mathbb{N}$

$\hookrightarrow$ antécédent

image

• u_n : terme de rang n

image

• n : rang

antécédent

$\Rightarrow$ Calculer le terme de rang 2 de la suite (u_n)

$$\begin{cases} u_2 = 2 - 3 = -1 \\ f(s) = s + 3 \end{cases}$$

une suite (u_n) est liste ordonnée de nombres

↳ $(1; 2; 3; 4; 5; \dots)$
 $(2; 4; 6; 8; 10, \dots)$
 $(-3; -5; -7; -9, \dots)$

n : rang / antécédent

u_n : terme / image

u_0 : premier terme

exercice: $u_n = 5n + 2$
avec $n \in \mathbb{N}$.

Calculer les quatre premiers termes.

$$u_0 = 5 \times 0 + 2 = 2$$

$$u_1 = 7$$

$$u_2 = 12$$

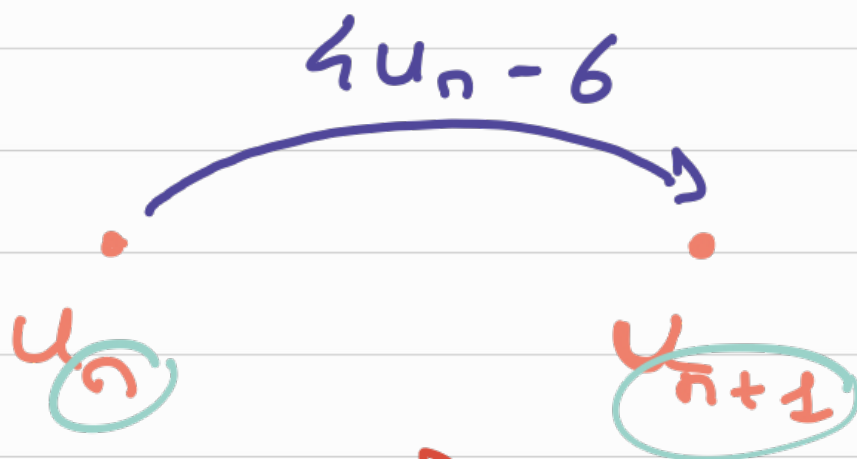
$$u_3 = 17$$

$\Rightarrow$ formule explicite
 u_n en fonction de n

exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 6 \end{array} \right.$$

$$u_{n+1} = 4u_n - 6$$



$\Rightarrow$ formule par récurrence

Calculer les quatre premiers termes

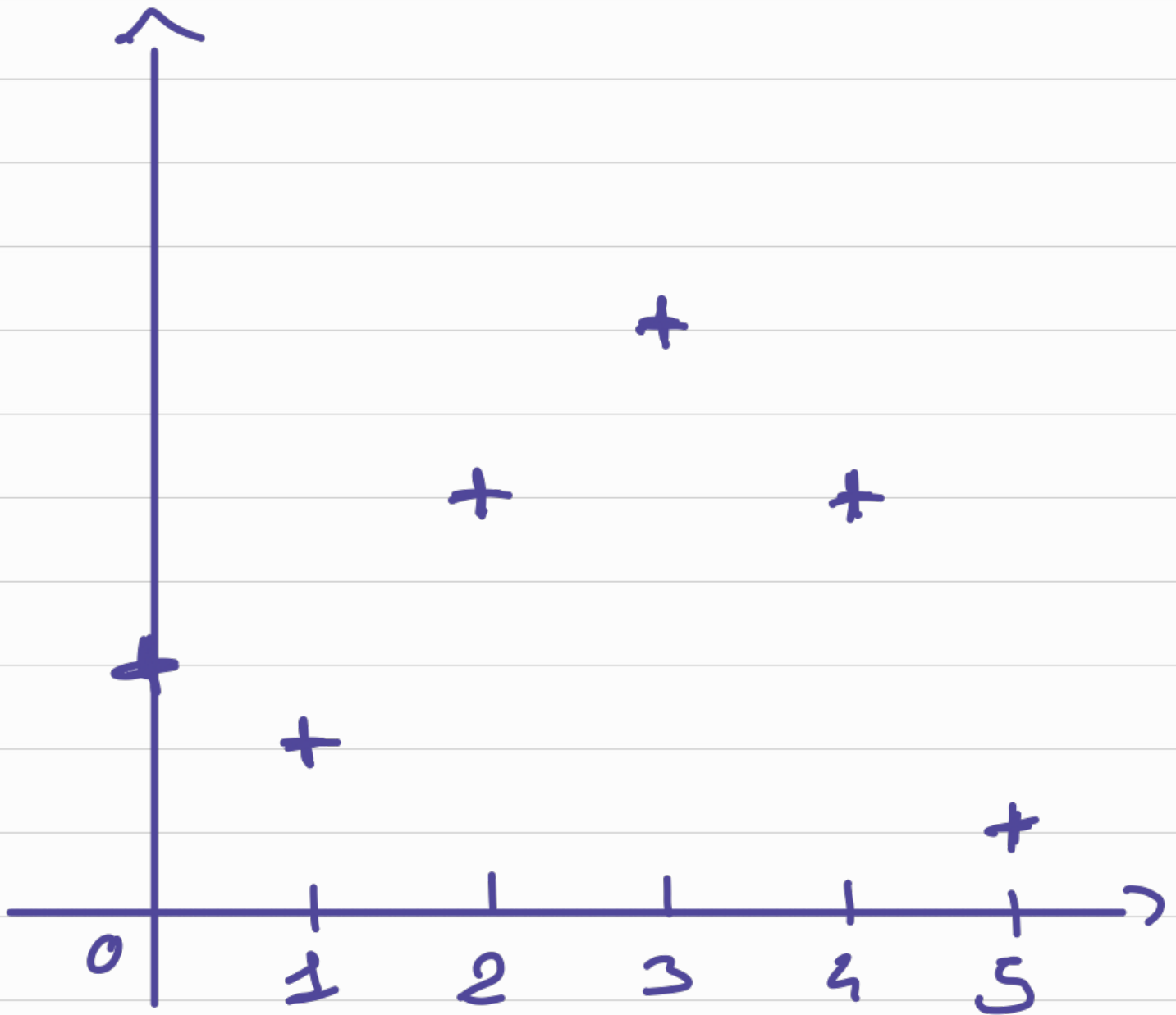
$$u_0 = 3$$

$$u_1 = 4u_0 - 6 = 4 \times 3 - 6 = 6$$

$$u_2 = 4u_1 - 6 = 4 \times 6 - 6 = 18$$

$$u_3 = 4u_2 - 6 = 4 \times 18 - 6 = 66$$

remarque : nuage de points



• Sens de variations

- une suite (u_n) est croissante si $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- une suite (u_n) est décroissante si $u_{n+1} \leq u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

méthode 1 :

① calculer la différence $u_{n+1} - u_n$

② • $u_{n+1} - u_n > 0 \Rightarrow (u_n)$ est croissante

• $u_{n+1} - u_n \leq 0 \Rightarrow (u_n)$ est décroissante

exemple: $u_n = n^2 + 2n + 1$

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

$$\bullet u_{n+1} - u_n$$

$$= \left[(n+1)^2 + 2(n+1) + 1 \right]$$

$$- \left[n^2 + 2n + 1 \right]$$

$$= \cancel{n^2} + \cancel{2n} + \cancel{1} + 2n + 2 + 1$$

$$- \cancel{n^2} - \cancel{2n} - \cancel{1}$$

$$= \underline{2n} + 3 > 0$$

EIN

donc (u_n) est strict. croissante.

exemple

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = u_n - 3 \end{array} \right.$$

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)

$$\begin{aligned} \bullet \quad u_{n+1} &= u_n \\ &= \cancel{u_n} - 3 - \cancel{u_n} \\ &= -3 < 0 \end{aligned}$$

donc (u_n) est strict. décroissante

méthode 2:

① Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

② • $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \Rightarrow (u_n) \text{ est croissante}$

• $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1 \Rightarrow (u_n) \text{ est décroissante.}$