

Suites

sens de variations

méthode 1 : $u_{n+1} - u_n$

méthode 2 : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

exemple : $u_n = 3^n$, $n \in \mathbb{N}$

Déterminer le sens de variations.

$$\begin{aligned} \frac{u_{n+1}}{u_n} &= \frac{3^{n+1}}{3^n} = \frac{\cancel{3^n} \times 3^1}{\cancel{3^n}} \\ &= 3 > 1 \end{aligned}$$

donc (u_n) est strict. croissant.

exemple

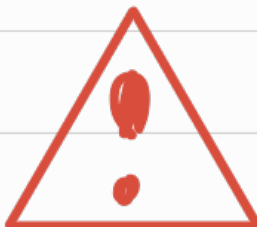
$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3}, \quad \underline{\underline{n \in \mathbb{N}}} \end{array} \right.$$

Déterminer le sens de variations.

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\cancel{u_n}}{3} = \frac{1}{3} < 1$$

donc (u_n) est strict. décroissante.

méthode 3:

 on P' utilise que avec des formules explicites

- $u_n = f(n)$

(u_n) aura les mêmes variations que f sur $[0; +\infty[$.

exemple: $u_n = \sqrt{n+1}$

on pose $f(x) = \sqrt{x+1}$
sur $[0; +\infty[$.

- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} > 0$

donc f est strict croissante
sur $[0; +\infty[$.

alors (u_n) est strict
croissante

Suites arithmétiques



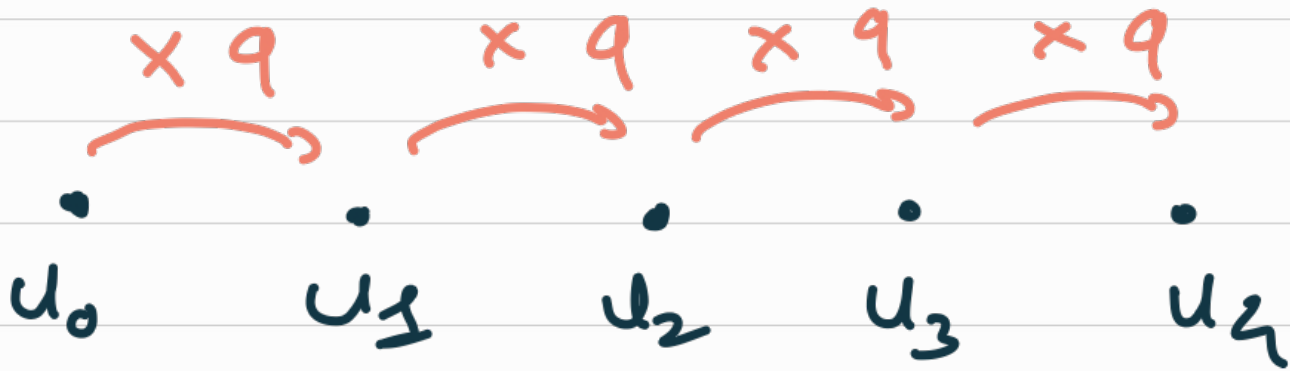
- $u_{n+1} = u_n + r$
"à raison

- $u_n = \begin{cases} u_0 + n \times r \\ u_1 + (n-1) \times r \end{cases}$
conue conue

- $r > 0 \Rightarrow (u_n) \text{ est croissante}$

- $r < 0 \Rightarrow (u_n) \text{ est décroissante}$

Suites Géométriques



- $u_{n+1} = u_n \times q$
↳ Par raison

- $u_n = \begin{cases} u_0 \times q^n \\ u_1 \times q^{n-1} \end{cases}$

- $\begin{cases} u_0 > 0, q > 1 : (u_n) \nearrow \\ u_0 > 0, 0 < q < 1 : (u_n) \searrow \end{cases}$

$$\cdot \begin{cases} u_0 < 0, q > 1 : (u_n) \searrow \\ u_0 < 0, 0 < q < 1 : (u_n) \nearrow \end{cases}$$

Sommes

$$\cdot 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 + 2 + \dots + 305 = \frac{305 \times 306}{2} \end{array} \right.$$

• (u_n) suite arithmétique

$$S = u_0 + \dots + u_n$$

$$= (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

$$S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= n \times \frac{(u_1 + u_n)}{2}$$

$$\bullet 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

$$= \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}, \quad \boxed{q \neq 1}$$

• (u_n) suite géométrique

$$\hookrightarrow S = u_0 + \dots + u_n$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

raison ↗

$$S = u_1 + \dots + u_n$$

$$= u_1 \times \frac{1 - \textcircled{q}^n}{1 - q} \rightarrow \text{raison.}$$