

Suites

Exercice 3 *

Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) définies ci-dessous :

1. Pour tout entier naturel n , $u_n = 0,2n^2 + n - 3$
2. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3}{n+1}$
3. Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n - 5$
5. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n^2$

$$1) \quad u_{n+1} - u_n$$

$$= [0,2(n+1)^2 + (n+1) - 3] - [0,2n^2 + n - 3]$$

$$= 0,2(n^2 + 2n + 1) + n + 1 - 3 - 0,2n^2 - n + 3$$

$$= \cancel{0,2n^2} + 0,4n + \cancel{0,2} + n + 1$$

$$- \cancel{3} - \cancel{0,2n^2} - \cancel{n} + \cancel{3}$$

$$= 0,4n + 1,2$$

$$> 0$$

donc (u_n) est croissante

2) $u_{n+1} - u_n$

$$= \frac{3}{n+2} - \frac{3}{n+1}$$

$$= \frac{3(n+1) - 3(n+2)}{(n+2)(n+1)}$$

$\underbrace{(n+2)}_{>0} \underbrace{(n+1)}_{>0}$

$$= \frac{\cancel{3n} + 3 - \cancel{3n} - 6}{(n+2)(n+1)}$$

$$= \frac{-3 < 0}{(n+2)(n+1) > 0}$$

$$< 0$$

donc (u_n) est décroissante

$$3) u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1}$$

$$= \frac{(n+1)^2 - n(n+2)}{(n+2)(n+1) > 0}$$

$$= \frac{1}{(n+2)(n+1)} > 0$$

donc (u_n) est croissante.

$$4) u_{n+1} - u_n$$

$$= \cancel{u_n} - 2n - 5 - \cancel{u_n}$$

$$= -2n - 5$$

$$< 0$$

donc (u_n) est décroissante.