

EXERCICE 2

Suite arithmétique et suite géométrique

(5 points)

1) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

On donne : $u_4 = -4$ et $u_7 = \frac{1}{2}$

a) Déterminer la raison r et le premier terme u_0 .

b) Calculer u_{14}

2) Calculer la somme : $S = \cancel{700 + 694 + 688 + \dots + 316 + 310}$.

On précisera la formule utilisée.

3) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme v_0 .

On donne : $v_2 = 9$ et $v_6 = 144$.

a) Déterminer la raison q et le premier terme v_0 .

b) Calculer $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{11}$. On précisera la formule utilisée.

1) a)
$$r = \frac{u_7 - u_4}{7 - 4}$$
$$= \frac{\frac{1}{2} - (-4)}{3}$$
$$= \frac{3}{2}$$

•
$$u_n = u_0 + n \times r$$

$$u_4 = u_0 + 4 \times \frac{3}{2}$$

$$-4 = u_0 + 4 \times \frac{3}{2}$$

$$-4 - 6 = u_0$$

$$\Rightarrow u_0 = -10$$

$$\begin{aligned} \text{b) } u_{14} &= -10 + 14 \times \frac{3}{2} \\ &= -10 + 21 \\ &= 11. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } S &= u_0 + u_1 + \dots + u_{14} \\ &= 15 \times \left(\frac{u_0 + u_{14}}{2} \right) \\ &= 15 \times \left(\frac{-10 + 11}{2} \right) = 7,5 \end{aligned}$$

3)

$$u_n = u_0 \times q^n$$

a)

$$q^{6-2} = \frac{v_6}{v_2}$$

$$\begin{cases} v_6 = v_0 \times q^6 \\ v_2 = v_0 \times q^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_6}{v_2} = \frac{q^6}{q^2} = q^{6-2}$$

$$q^4 = \frac{144}{9} = 16$$

$$\Rightarrow q = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$v_2 = v_0 \times q^2$$

$$g = v_0 \times 2^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{g}{4}$$

$$3) S' = v_0 + \dots + v_{11}$$

$$= v_0 \times \frac{1 - q^{12}}{1 - q}$$

$$= \frac{g}{4} \times \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2}$$

$$= -\frac{g}{4} (1 - 2^{12})$$

$$= g \ 213, 75.$$