Dérivation

- $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

$f'(x) = 12x^2 - 4x + 3$

- $f(x) = (3x^2 - 5x)(4x + 3)$

$$\begin{cases} u(x) = 3x^2 - 5x \\ u'(x) = 6x - 5 \end{cases}$$

$v(x) = 4x + 3$

$v'(x) = 4$

$$f'(x) = (6x - 5)(4x+3) + (3x^2 - 5x) \times 4$$

$$= 24x^2 + 18x - 20x - 15 + 12x^2 - 20x$$

$$= 36x^2 - 22x - 15$$

- $$f(x) = \frac{7x - 1}{5x + 2}$$

$$f'(x) = \frac{7(5x+2) - (7x-1) \times 5}{(5x+2)^2}$$

$$= \frac{35x + 14 - 35x + 5}{(5x+2)^2}$$

$$= \frac{19}{(5x+2)^2}$$

exercice : Etudier les variations

- $f(x) = x^2 + 6x + 5.$

① $f'(x) = 2x + 6$

② Tableau de signe de f'

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	

③ tableau de variation f

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

• $f(x) = 3x - 4x^3$

① $f'(x) = -12x^2 + 3$

② Etudier le signe de f'

$$\Delta = b^2 - 4ac = -4 \times -12 \times 3$$
$$= 144 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12}{2 \times -12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{12}{2 \times -12} = -\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	

3 Tableau de variations de f

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\times\frac{-1}{2} - 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= -1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = +\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$u' = -4$$

- $$f(x) = \frac{-4x-4}{x^2+2x+5}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$v' = 2x+2$$

1 $$f'(x) = \frac{-4(x^2+2x+5) - (-4x-4)(2x+2)}{(x^2+2x+5)^2}$$

$$= \frac{-4x^2-8x-20 - (-8x^2-8x-8x-8)}{(x^2+2x+5)^2}$$

$$= \frac{-4x^2-8x-20+8x^2+8x+8x+8}{(x^2+2x+5)^2}$$

$$= \frac{4x^2+8x-12}{(x^2+2x+5)^2}$$

② Tableau de signes de f'

$$f'(x) = \frac{4x^2+8x-12}{(x^2+2x+5)^2}$$ >0

$$\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 4\times 4\times(-12)$$

$$= 64 + 192$$

$$= 256 > 0$$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-16}{2\times 4}$$

$$= -3$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+16}{8}$$

$$= 1$$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	

③ Variations de f

- f est croissante sur $]-\infty ; -3] \cup [1 ; +\infty[$

- f est décroissante sur $[-3 ; 1]$.

- $f(x) = \underbrace{(x^2 - 1)}_{u' = 2x}\sqrt{x}$, $v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$x \in [0 ; +\infty[$

① $f'(x) = 2x \times \sqrt{x} + (x^2 - 1) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$= \frac{2x \times \sqrt{x} \times 2\sqrt{x} + (x^2 - 1)}{2\sqrt{x}} \quad > 0$$

$$= \frac{4x \times x + x^2 - 1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{x}}, \quad x \in]0 ; +\infty[$$

② Signe de f'

$\Delta = 0 - 4ac = 20 > 0$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{\sqrt{20}}{10} = -\frac{2\sqrt{5}}{10}$$

$$= \cancel{-\frac{\sqrt{5}}{5}}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

x	0		$\frac{\sqrt{5}}{5}$		$+\infty$
g'	$\|$	$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{5}}{5}$		0		$\frac{\sqrt{5}}{5}$		$+\infty$
		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

③ variation de f

- f est décroissante sur $\left]0\,;\,\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$
- f est croissante sur $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}\,;\,+\infty\right[$.

x	0		$\frac{\sqrt{5}}{5}$		$+\infty$
f'	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	.	$\nearrow$	