

Suites

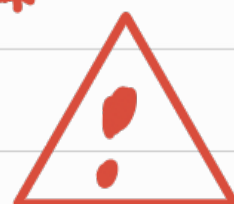
• vocabulaire

fonction	suite
x : antécédent $L, x \in \mathbb{R}$	$n \in \mathbb{N}$ L, rang
$f(x)$: image $L, \in \mathbb{R}$	u_n : terme de rang n $L, \in \mathbb{R}$

u_0 : premier terme



des fois on démarre
 $n = 1 \rightarrow$ écrit $n \in \mathbb{N}^*$



• formule explicite :

fonction : $f(x) = 3x + 4$

↳ Calculer l'image de 2

↳ $f(2) = 3 \times 2 + 4 = 10$

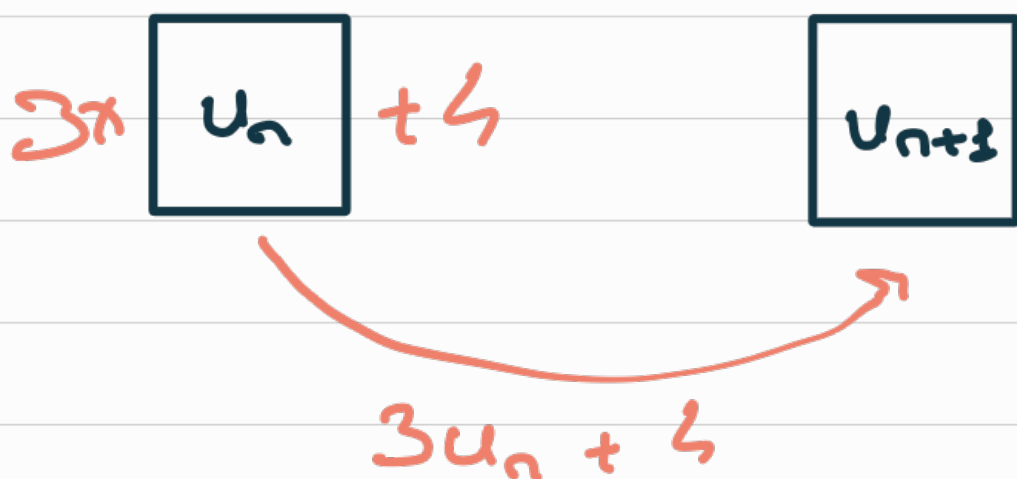
suite : $u_n = 3n + 4$

Calculer le terme de rang 2

↳ $u_2 = 3 \times 2 + 4 = 10$

• formule par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 4 \end{cases}$$



Calculer le terme de rang 3

$$\hookrightarrow u_0 = 1$$

$$u_1 = 3u_0 + 4 = 3 \times 1 + 4 = 7$$

$$u_2 = 3u_1 + 4 = 3 \times 7 + 4 = 25$$

$$u_3 = 3u_2 + 4 = 3 \times 25 + 4 = 79$$

Exercices

Exercice 1

Calculer les 4 premiers termes des suites définies de la façon suivante :

1. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $u_n = n^2 + 2n$
2. Pour tout entier naturel $n \geq 0$, $v_n = 100 \times 1,02^n$
3. $w_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $w_{n+1} = 3w_n - 4$
4. $x_0 = 3$ et pour tout entier naturel $n \geq 0$, $x_{n+1} = -x_n^2 + x_n + 1$

1) $u_0 = 0$

$$u_2 = 8$$

$$u_1 = 3$$

$$u_3 = 15$$

2) $v_0 = 100$

$$v_2 = 104,04$$

$$v_1 = 102$$

$$v_3 = 106,12$$

$$3) \omega_0 = 2$$

$$\omega_1 = 3\omega_0 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$$

$$\omega_2 = 3\omega_1 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$$

$$\omega_3 = 3\omega_2 - 4 = 3 \times 2 - 4 = 2$$

$$4) x_0 = 3$$

$$x_1 = -x_0^2 + x_0 + 1 = -5$$

$$x_2 = -x_1^2 + x_1 + 1 = -29$$

$$x_3 = -869$$

Soit $k \in \mathbb{N}$. On dit que k est un nombre triangulaire s'il est possible de placer k pastilles de manière à représenter un triangle, comme sur la figure ci-dessous. On note u_n le n -ième nombre triangulaire.



1. Que valent u_1 , u_2 et u_5 ?

2. Exprimer la suite (u_n) à l'aide d'une relation de récurrence.

1) $u_1 = 1$

$u_5 = 15$

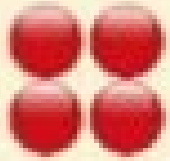
$u_2 = 3$

2)
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (n+1) \end{cases}, \quad \begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}^* \\ \forall n \geq 1 \end{cases}$$

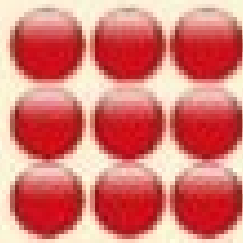
$\forall$: pour tout



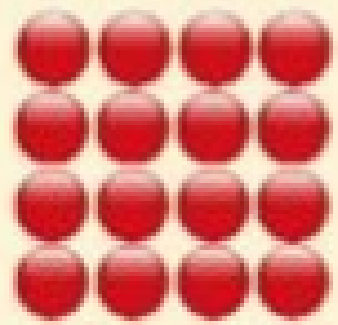
$$c_1 = 1$$



$$c_2 = 4$$



$$c_3 = 9$$



$$c_4 = 16$$

On poursuit le procédé illustré ci-dessus.
Définir la suite (c_n) par une formule explicite.

$$L, \quad c_n = n^2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dans chacun des cas suivants, déterminer les termes de rang 0, 1, 2 et 3 de la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par...

- $u_n = -7n + 2$
- $v_n = n^2 - 1$
- $w_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$\bullet \quad u_0 = 2 \quad u_1 = -5 \quad u_2 = -12$$

$$u_3 = -19$$

$$\bullet \quad v_0 = -1 \quad v_1 = 0 \quad v_2 = 3$$

$$v_3 = 8$$

$$\bullet \quad \omega_0 = 1 \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \quad \omega_3 = \frac{1}{4}.$$