

Décir - Raisen

$$\bullet \quad |x^2 - 6x + 8| \leq x^2 - 5x + 4$$

$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

↓

$$x^2 - 6x + 8$$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

↓

$$-(x^2 - 6x + 8)$$

$$\bullet \quad |x| \leq y$$

$$\Leftrightarrow -y \leq x \leq y$$

$$\bullet \quad |x| \geq y$$

$$\Leftrightarrow x \geq y \text{ or } x \leq -y$$

$$|x^2 - 6x + 8| \leq x^2 - 5x + 4$$

$$\Leftrightarrow -(x^2 - 5x + 4) \leq x^2 - 6x + 8 \leq x^2 - 5x + 4$$

. D'une part,

$$\cancel{x^2} - 6x + 8 \leq \cancel{x^2} - 5x + 4$$

$$\Leftrightarrow -x \leq -4$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x > 4}$$

. D'autre part,

$$-(x^2 - 5x + 4) \leq x^2 - 6x + 8$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 4 \leq x^2 - 6x + 8$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 12 > 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-11)^2 - 4 \times 2 \times 12$$

$$= 121 - 96$$

$$= 25 > 0$$

$$x_1 = -\frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 - 5}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = -\frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 + 5}{4} = 4$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	4	$+\infty$	
sgne					
$2x^2 - 4x + 12$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+

donc $\mathcal{D} =]-\infty; \frac{3}{2}] \cup [4; +\infty[$

Ainsi par intersection des solutions, $\mathcal{D}'$ inéquation :

$$|x^2 - 6x + 8| \leq x^2 - 5x + 4$$

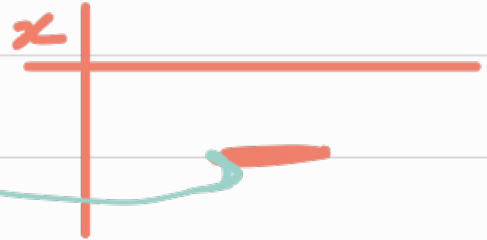
a pour solution $\mathcal{D} = [4; +\infty[$.

$$|X| = \underbrace{Y}_{Y \geq 0} \Leftrightarrow X = Y \quad \text{ou} \quad X = -Y$$

example :

$$|x^2 - 6x + 8| = -x^2 + x - 1$$

$$\Delta = -3 < 0$$



$$\Rightarrow \mathcal{D} = \emptyset$$

• Montrer que $\frac{P_n(1+x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1$

f est dérivable en a

Si $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a) \\ \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \end{array} \right. = f'(a)$

existe et finie.

• $\frac{P_n(1+x)}{x} = \frac{P_n(1+x) - P_n(1)}{x}$

on remarque qu'on obtient le
taux d'accroissement de la fonction
 P_n entre 1 et $1+x$

or P_n est dérivable sur $\mathbb{R}^*$

APocs :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ h \rightarrow 0}} \frac{P_n(1+x) - P_n(1)}{xh} = P'_n(1)$$

$$\propto P'_n(x) = \frac{\pm}{x}, \text{ donc}$$

$$P'_n(1) = \frac{\pm}{\pm} = \pm.$$

Donc :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{P_n(1+x)}{x} = \pm$$

$$\bullet \quad f(x) = \begin{cases} \frac{P_n(x^2+1)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_n(h^2+1)/h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_n(h^2+1)}{h^2}$$

on pose $x = h^2$
 quand $h \rightarrow 0$ alors $h^2 = x \rightarrow 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^2 + 1)}{h^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x)}{x} = 1, \text{ d'après 1.}$$

Ainsi: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = 1$

et f est dérivable en 0

et $f'(0) = 1$