

Géométrie

exercice 1:

On considère les points A, B, C, D, E tels que :

$$\vec{AD} = \frac{2}{3} \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{BC}$$

$$\vec{AE} = \mathbb{R} \vec{AB} + \frac{3}{4} \vec{BC}$$

Déterminer la valeur de $\mathbb{R}$ pour laquelle les points A, D et E sont alignés.

A, B, C sont alignés s'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\vec{AB} = \lambda \vec{AC} \quad \leftarrow \vec{AC} = \frac{1}{\lambda} \vec{AB}$$

On cherche $k \in \mathbb{R}$ tel
que A, D, E soient alignés.

$$\Leftrightarrow \underline{\vec{AE}} = \lambda \underline{\vec{AD}}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\propto \vec{AD} = \frac{2}{3} \vec{AB} - \frac{1}{2} \underline{\vec{DC}} \quad ?$$

$$\vec{AE} = k \vec{AB} + \frac{3}{4} \underline{\vec{DC}}$$

$$-\frac{1}{2} \times \lambda = \frac{3}{4} \Rightarrow \lambda = -\frac{3}{2}$$

donc

$$\vec{AE} = -\frac{3}{2} \vec{AD}$$

$$\text{et } k = -\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$$

remarque :

$$\vec{AE} = x \vec{AD}$$

$$\Leftrightarrow k \vec{AB} + \frac{3}{4} \vec{BC} = x \left(\frac{2}{3} \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{BC} \right)$$

$$\Leftrightarrow k \vec{AB} + \frac{3}{4} \vec{BC} = \frac{2}{3} x \vec{AB} - \frac{1}{2} x \vec{BC}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2}{3} x \\ \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} x \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2}{3} x \\ x = \frac{3/4}{-1/2} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = \frac{2}{3} x - \frac{3}{2} = -1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{array} \right.$$

exercice :

A, B, C, M, N tels que :

$$\vec{AM} = -\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$$

$$\vec{AN} = \frac{1}{2}\vec{AB} + k\vec{BC}$$

! Déterminer la valeur de k pour que les points A, M et N soient alignés.

A, M, N sont alignés
 $\Leftrightarrow \vec{AM}$ et $\vec{AN}$ sont colinéaires

$$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} : \vec{AN} = x \vec{AM}$$

$$\text{or } \vec{AN} = x \vec{AM}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{2} \vec{AB} + k \vec{BC} = x \left(-\frac{1}{4} \vec{AB} + \frac{2}{3} \vec{BC} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \vec{AB} + k \vec{BC} = -\frac{1}{4} x \vec{AB} + \frac{2}{3} x \vec{BC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4} x = \frac{1}{2} \\ k = \frac{2}{3} x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4/2}{-1/4} = -2 \\ k = \frac{2}{3} x - 2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

donc les points --

exercice :

on considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = n^2 + 3n + (-1)^n n.$$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$u_n > n^2 + 2n$$

2) En déduire la limite de la suite (u_n) .

$$1) -1 \leq (-1)^n \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -n \leq (-1)^n n \leq n$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 3n - n \leq n^2 + 3n + (-1)^n n$$

$$\leq n^2 + 3n + n$$

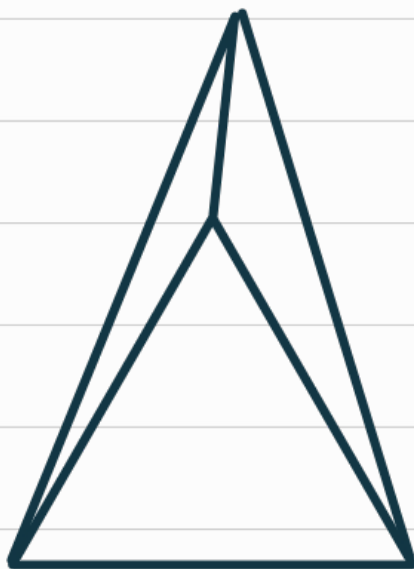
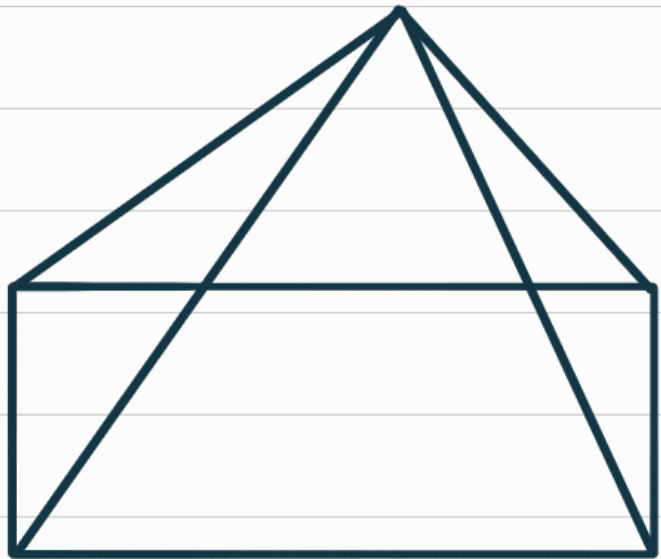
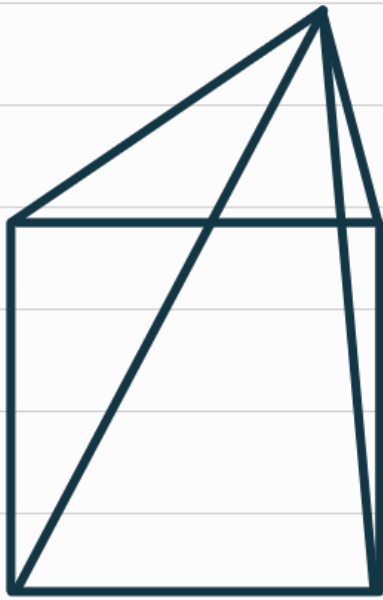
$$\Leftrightarrow \boxed{n^2 + 2n \leq u_n \leq n^2 + 4n}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 + 2n = +\infty$$

par somme car $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$

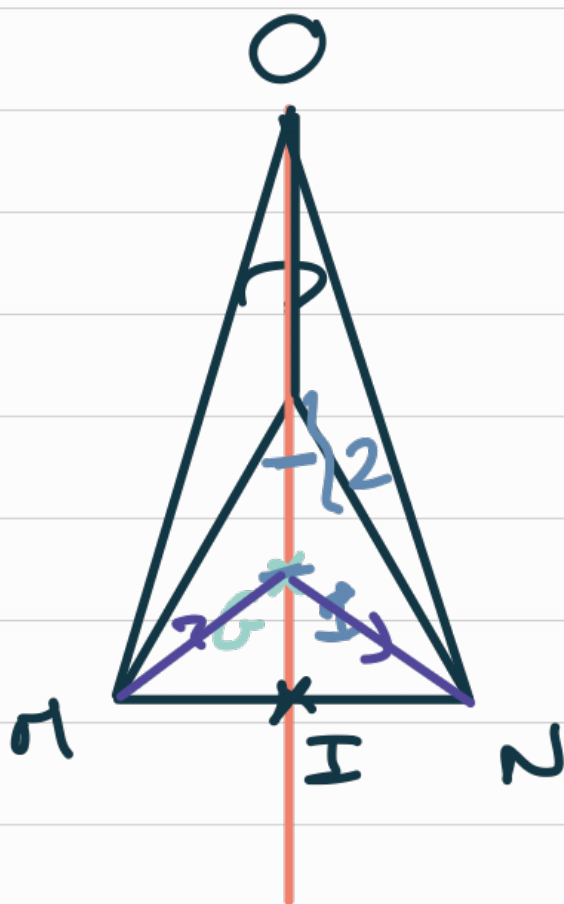
et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n = +\infty$.

Par comparaison $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$



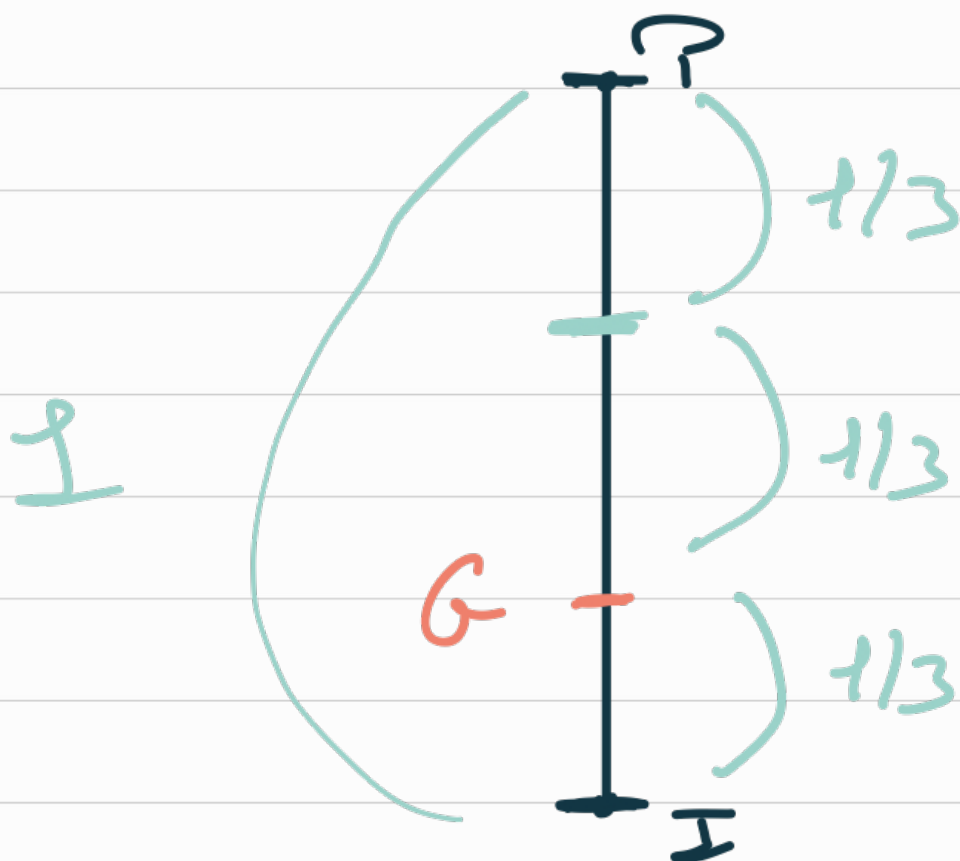
exercice 84:

a)



b) Comme $G \in (PI)$,
alors les points P, G, I sont
alignés et donc les vecteurs
 $\vec{GP}$ et $\vec{GI}$ sont
colinéaires.

$$\vec{PG} = \frac{2}{3} \vec{PI}$$



$$\text{et } \vec{GI} = \frac{1}{3} \vec{PI}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \vec{PG}$$

$$= \frac{1}{2} \vec{PG} = -\frac{1}{2} \vec{GP}$$

$$\Leftrightarrow \vec{GP} = -2 \vec{GI}$$

$$c) \quad \vec{a} = \vec{GM} + \vec{GN}$$

$$\begin{aligned} \vec{GI} &= \frac{1}{2} (\vec{GM} + \vec{GN}) \\ &= \frac{1}{2} \vec{a} \end{aligned}$$

d)