



AUTOMATISMES : CALCUL ALGÈBRIQUE

Méthodes essentielles | Fiche récapitulative

Pour réussir les automatismes de base sans calculatrice

À RETENIR EN 30 SECONDES

PRODUIT NUL

$$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

SIGNES

on repère les racines puis
on étudie les intervalles

DÉVELOPPER

on distribue chaque terme
puis on réduit

1. Résoudre une équation produit nul

Méthode

1. Mettre l'expression sous forme factorisée si besoin.
2. Utiliser la propriété : $AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$.
3. Résoudre chaque équation séparément.
4. Conclure en donnant l'ensemble solution.

$$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Exemple : $(x - 2)(x + 5) = 0$

Donc $x = 2$ ou $x = -5$, ainsi $S = \{-5 ; 2\}$.

2. Étudier le signe d'un produit factorisé

Méthode

1. Trouver les valeurs qui annulent chaque facteur.
2. Les placer dans l'ordre sur une ligne.
3. Étudier le signe de chaque facteur sur chaque intervalle.
4. Multiplier les signes pour obtenir le signe du produit.

Exemple : $(x - 1)(x + 3)$

Racines : $x = 1$ et $x = -3$.

Signe du produit : positif sur $] -\infty ; -3[$ et $] 1 ; +\infty[$,
négatif sur $] -3 ; 1[$, nul en -3 et 1 .

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x + 3$	-	0	+	+
$x - 1$	-	-	0	+
Produit	+	0	-	+

3. Développer et réduire

Méthode

1. Distribuer chaque terme du premier facteur sur chaque terme du second.
2. Supprimer les parenthèses.
3. Regrouper les termes semblables.

Exemple : $(2x - 3)(x + 4)$

$$\begin{aligned} &= 2x \cdot x + 2x \cdot 4 - 3 \cdot x - 3 \cdot 4 \\ &= 2x^2 + 8x - 3x - 12 \\ &= \mathbf{2x^2 + 5x - 12} \end{aligned}$$

4. Déterminer l'intersection de deux droites

Principe

Au point d'intersection, les deux expressions de y sont égales.

On résout donc $f(x) = g(x)$.

Exemple : $y = 2x - 1$ et $y = 3$

$$2x - 1 = 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

L'abscisse du point d'intersection est donc $x_0 = 2$.

Réflexe : pour une intersection, on égalise les deux expressions.

Pièges classiques

- Ne pas oublier le « ou » dans une équation produit nul.
- Pour le signe, penser aux racines avant de conclure.
- En développement, vérifier les signes des termes négatifs.
- Pour une intersection, ne pas chercher y avant d'avoir trouvé x si seule l'abscisse est demandée.



AUTOMATISMES : FONCTIONS ET DROITES

Méthodes essentielles | Fiche récapitulative

Lire une droite, trouver son équation et étudier un signe

À RETENIR EN 30 SECONDES

ÉQUATION

une droite s'écrit $y = mx + p$

COEFF. DIRECTEUR

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

SIGNES

on repère les zéros puis
on remplit le tableau

5. Lire et tracer une droite d'équation $y = mx + p$

Repères utiles

Dans $y = mx + p$:

- p est l'**ordonnée à l'origine** : la droite coupe l'axe des ordonnées en $(0 ; p)$.
- m est le **coefficient directeur** : quand x augmente de 1, y varie de m .
- Pour tracer la droite, on peut choisir deux valeurs de x puis calculer y .

$$y = mx + p$$

Exemple : $y = -x + 4$

- Si $x = 0$, alors $y = 4$ donc un point est $(0 ; 4)$.
- Si $x = 4$, alors $y = 0$ donc un autre point est $(4 ; 0)$.

Ces deux points suffisent pour tracer la droite.

6. Retrouver l'équation réduite d'une droite

Méthode

- Identifier le coefficient directeur m .
- Identifier l'ordonnée à l'origine p .
- Écrire l'équation sous la forme $y = mx + p$.

Exemple : la droite coupe l'axe des ordonnées en 2 et a pour coefficient directeur -1 .

Donc $p = 2$ et $m = -1$.

L'équation réduite est : $y = -x + 2$.

Réflexe : toujours repérer m et p avant d'écrire l'équation.

7. Calculer le coefficient directeur d'une droite

Formule

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, alors

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple : $A(1 ; 2)$ et $B(4 ; 11)$

$$m = \frac{11 - 2}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3$$

Le coefficient directeur de (AB) est donc 3.

8. Dresser le tableau de signes d'une fonction

Méthode

- Repérer les valeurs pour lesquelles $f(x) = 0$.
- Placer ces zéros dans l'ordre sur la ligne des x .
- Utiliser l'information donnée sur le signe entre les zéros et à l'extérieur.

Exemple : f est définie sur $[-3 ; 4]$, s'annule en $x = -1$ et $x = 2$, est positive entre ces deux valeurs et négative ailleurs. On en déduit :

- $f(x) < 0$ sur $[-3 ; -1[$ et sur $]2 ; 4]$
- $f(x) = 0$ pour $x = -1$ et $x = 2$
- $f(x) > 0$ sur $] -1 ; 2[$

x	-3	-1	2		4
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Pièges classiques

- Dans $y = mx + p$, ne pas confondre m et p .
- Deux points suffisent pour tracer une droite.
- Pour le coefficient directeur, respecter l'ordre : différence des y sur différence des x .
- Dans un tableau de signes, bien distinguer les zéros et les intervalles.



AUTOMATISMES : ÉVOLUTIONS EN POURCENTAGE

Méthodes essentielles | Fiche récapitulative

Calculer un nouveau prix, un taux, un taux global et un taux réciproque

À RETENIR EN 30 SECONDES

COEFF. MULTIPLICATEUR

hausse : $1 + t$ baisse : $1 - t$

$$t = \frac{\text{TAUX}}{\frac{V_F - V_I}{V_I}}$$

SUCCESSIVES

on multiplie les coefficients multiplicateurs

9. Appliquer un taux d'évolution

Méthode

Pour calculer une valeur finale, on multiplie la valeur initiale par le coefficient multiplicateur.

- ▶ Si le taux est une hausse de t %, alors $CM = 1 + \frac{t}{100}$.
- ▶ Si le taux est une baisse de t %, alors $CM = 1 - \frac{t}{100}$.

$$V_F = V_I \times CM$$

Exemple : un article coûte 80 € et augmente de 15 %.

$$CM = 1 + \frac{15}{100} = 1,15$$

$$\text{Valeur finale} = 80 \times 1,15 = 92 \text{ €}$$

Le nouveau prix est 92 €.

10. Calculer un taux d'évolution

Méthode

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Puis on convertit en pourcentage.

Exemple : une population passe de 2 400 à 2 640 habitants.

$$t = \frac{2\,640 - 2\,400}{2\,400} = \frac{240}{2\,400} = 0,10$$

Donc le taux d'évolution est +10 %.

Attention : on divise toujours par la valeur initiale.

11. Évolutions successives

Méthode

1. Transformer chaque évolution en coefficient multiplicateur.
2. Multiplier les coefficients multiplicateurs.
3. Revenir à un pourcentage.

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

Exemple : une grandeur augmente de 8 %, puis diminue de 5 %.

$$CM_{\text{global}} = 1,08 \times 0,95 = 1,026$$

Comme $1,026 = 1 + 0,026$, le taux global est +2,6 %.

La grandeur a donc augmenté de 2,6 %.

12. Taux réciproque

Principe

Le taux réciproque permet de revenir à la valeur initiale.

Si le coefficient multiplicateur initial est CM , alors le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{1}{CM}$.

Exemple : une grandeur a diminué de 20 %.

$$CM = 0,80$$

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{0,80} = 1,25$$

Or 1,25 correspond à une hausse de 25 %.

Le taux réciproque est donc +25 %.

Réflexe : le taux réciproque n'est pas simplement l'opposé du taux initial.

Pièges classiques

- Une hausse de 10 % puis une baisse de 10 % ne ramènent pas à la valeur initiale.
- Pour calculer un taux, toujours diviser par la valeur initiale.
- Bien distinguer coefficient multiplicateur et pourcentage.
- Le taux réciproque se calcule à partir de l'inverse du coefficient multiplicateur.