

Suites Récurrentes

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} u_0 = \frac{10}{3} \\ 9u_{n+1} + 3u_n = 4 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 9u_{n+1} = 4 - 3u_n$$

$$\Rightarrow u_{n+1} = \frac{4 - 3u_n}{9}$$

$$= \frac{4}{9} - \left(\frac{3}{9}\right)u_n$$

$$\frac{\cancel{3} \times 1}{\cancel{3} \times 3}$$

$$u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n + \frac{4}{9}$$

$$ax + b$$

Exprimer (u_n) en fonction de n .

Donner la $\begin{cases} \text{forme explicite} \\ \text{forme générale} \end{cases}$

Etudier (u_n)

① Chercher la valeur d'équilibre L

résoudre $x = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$

$$u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n + \frac{4}{9}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{3}x = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}x = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4/9}{4/9}$$

$$= \frac{\cancel{4}}{9} \times \frac{3}{\cancel{4}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot L = \frac{1}{3}.$$

② on page $v_n = u_n - \frac{1}{3}$

$$v_n = u_n - L$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{3}.$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - L$$

$$= -\frac{1}{3}u_n + \frac{4}{9} - \frac{1}{3} \times 3$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{u_{n+1} \text{ du début}}$

$\frac{4}{9} - \frac{3}{9}$

$$= -\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{9}$$

$$= -\frac{1}{3} \left(u_n + \frac{1/9}{-1/3} \right)$$

$$u_n - 1$$

$$= -\frac{1}{3} \left(u_n - \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{1}{9} \times -\frac{3}{1} = -\frac{1}{3}$$

9 la raison

$$= -\frac{1}{3}v_n$$

donc

$$v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$$

③ (v_n) est géométrique
de raison $-\frac{1}{3}$ et de
premier terme $v_0 = u_0 - \frac{1}{3}$

$$v_0 = u_0 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{10}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9}{3} = 3$$

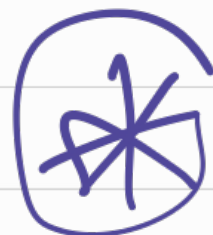
$$v_n = v_0 \times q^n$$

donc

$$v_n = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\bullet v_n = u_n - \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow v_n + \frac{1}{3} = u_n$$



Done :

$$u_n = v_n + \frac{1}{3}$$

$$u_n = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{3}, \text{ pour tout } n \geq 0$$

$$v_n = u_n - 2$$

→ $\Leftrightarrow u_n = v_n + 2$

• Combien vaut u_{100} ?

$$u_n = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{3}.$$

$$u_{100} = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{100} + \frac{1}{3}.$$

$$= 3 \times \frac{1}{3^{100}} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3^{99}} + \frac{1}{3}$$

~ 0,333333