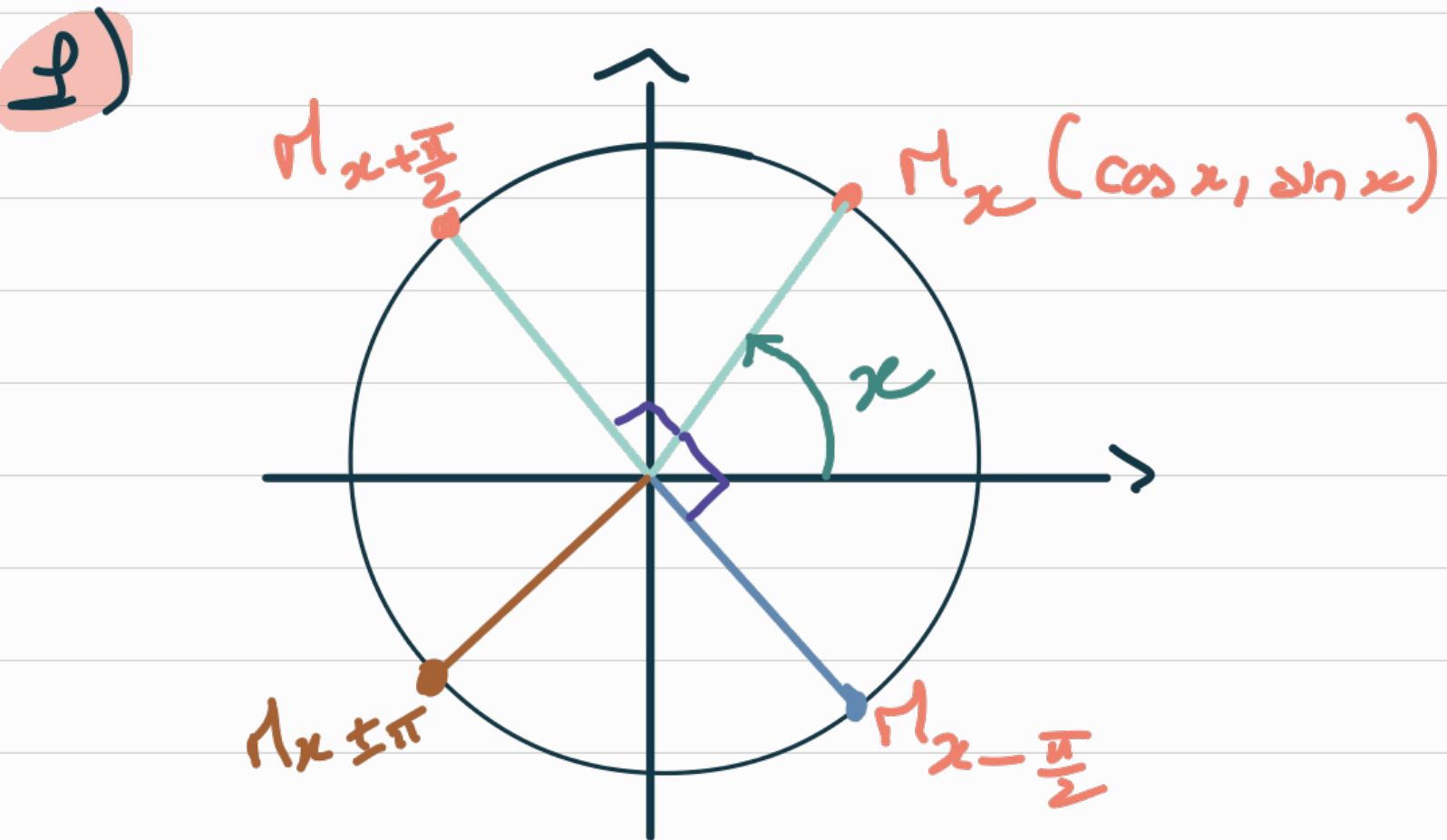


Analyse

. Feuille de TD3:

exercice 1:



$$(x, y) \xrightarrow[\text{sen, trig}]{{90^\circ}} (-y, x)$$

donc $M_{x+\frac{\pi}{2}}(-\sin x, \cos x)$
 $(\cos(x+\frac{\pi}{2}); \sin(x+\frac{\pi}{2}))$

donec par identification :

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$$

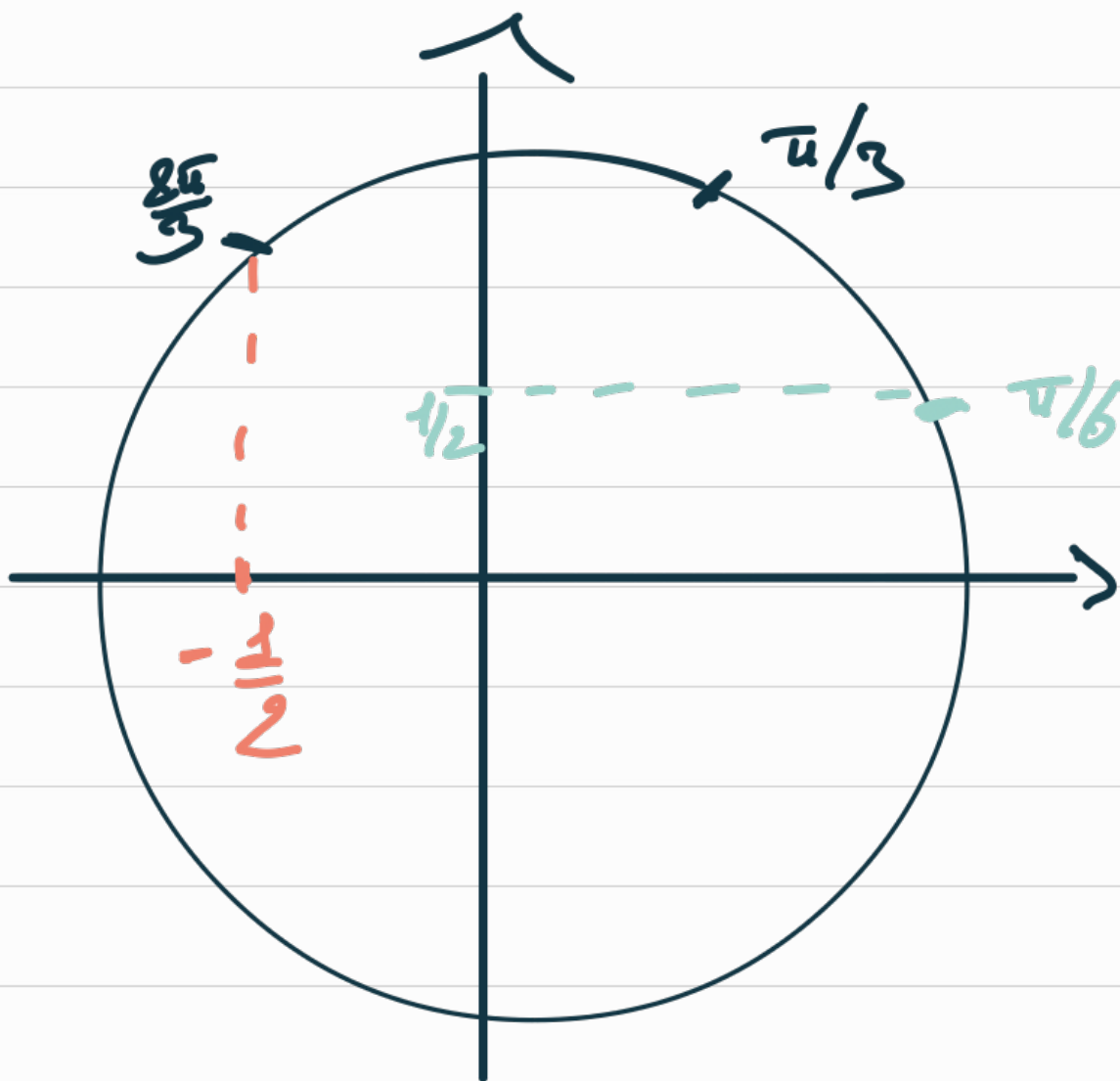
$$\sigma_q : (x, y) \xrightarrow[\substack{\text{des trige} \\ \text{anti trige}}]{180^\circ} (-x, -y)$$

$$\cos(x \pm \pi) = -\cos(x)$$

$$\sin(x \pm \pi) = -\sin(x)$$

$$r_{x-\frac{\pi}{2}}\left(\underbrace{\sin(x)}_{\cos(x-\frac{\pi}{2})}, \underbrace{-\cos(x)}_{\sin(x-\frac{\pi}{2})}\right)$$

$$2) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) \\ = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$



exercice 2

$$f(x) = \cos(3x).$$

1) $D_f = \mathbb{R}$, car la fonction cosinus est définie sur $\mathbb{R}$.

2) $\cos(x)$: paire
 $\sin(x)$: impaire

f est paire si $f(-x) = f(x)$

f est impaire si $f(-x) = -f(x)$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = \cos(3(-x))$$

$$= \cos(-3x)$$

$$= \cos(3x) \text{ car } \cos \text{ est } \text{paire}$$

$$= f(x)$$

donc f est paire.

f est périodique de période $T > 0$ si :

$$\forall x \in \mathbb{D}_f, f(x+T) = f(x)$$

$$\text{et } x \in T \in \mathbb{D}_f.$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$$

$$\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$$

Seit $x \in \mathbb{R}$, $T > 0$

$$f(x+T) = \cos(3(x+T))$$

$$= \cos(3x + 3T)$$

$$\text{or } \cos(3x + 2\pi) = \cos(3x)$$

$$\text{if sufficient } 3T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{in effect, } f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= \cos\left(3x + \frac{2\pi}{3} \cdot 3\right)$$

$$= \cos(3x + 2\pi) = \cos(3x) = f(x)$$

↙ $\cos$ 2π - period.

donc f est périodique
de période $\frac{2\pi}{3}$.

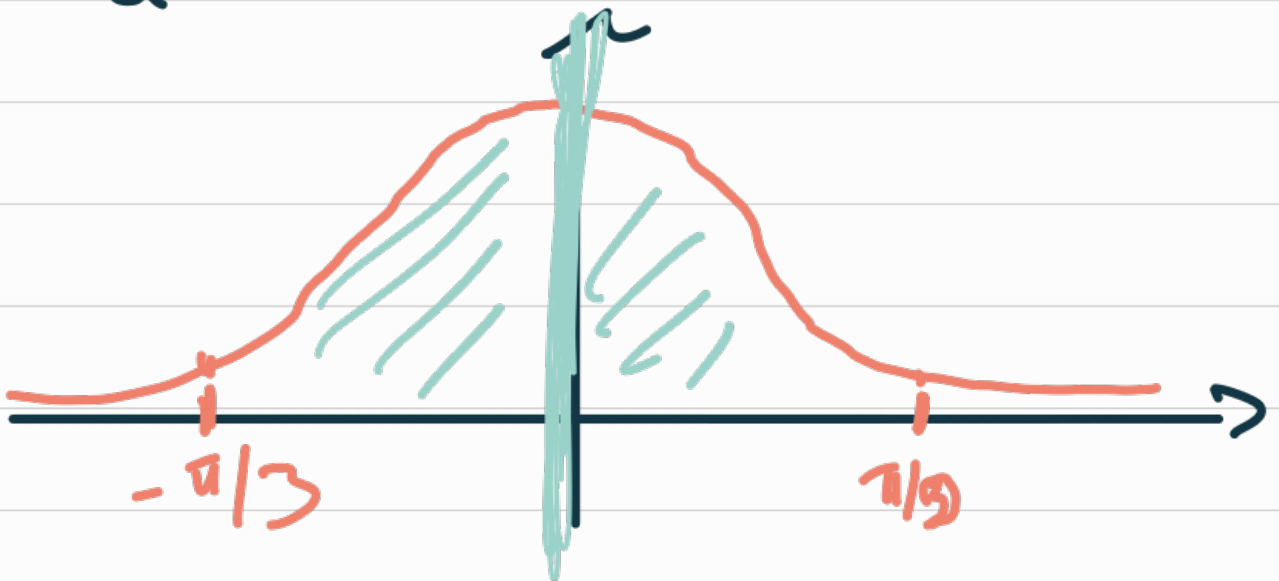
II) suffit de s'étudier
sur :

$$J = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right] \text{ ou } \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$$

longueur $\frac{2\pi}{3}$.

$$\Rightarrow \text{période } T : [0, T] \text{ ou } \left[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right]$$

car f est paire donc f
est symétrique p/r à l'axe
ordonnée



$$J = \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \text{ ou } \left[-\frac{\pi}{3}, 0\right]$$

$\Rightarrow$ si J paire ou impaire

$$\left[0, \frac{T}{2}\right] \text{ ou } \left[-\frac{T}{2}, 0\right]$$