

Dérivation

f est dérivable en un point d'abscisse a si

$\lim_{h \rightarrow 0}$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

taux de variation

$$= L$$

entre a et $a+h$

et alors $L = f'(a)$

nombre dérivée de f en a

exemple: $f(x) = 3x - 2$.

Calculer le nombre dérivée de f en $a = 2$.

$$\cdot f(2) = 4$$

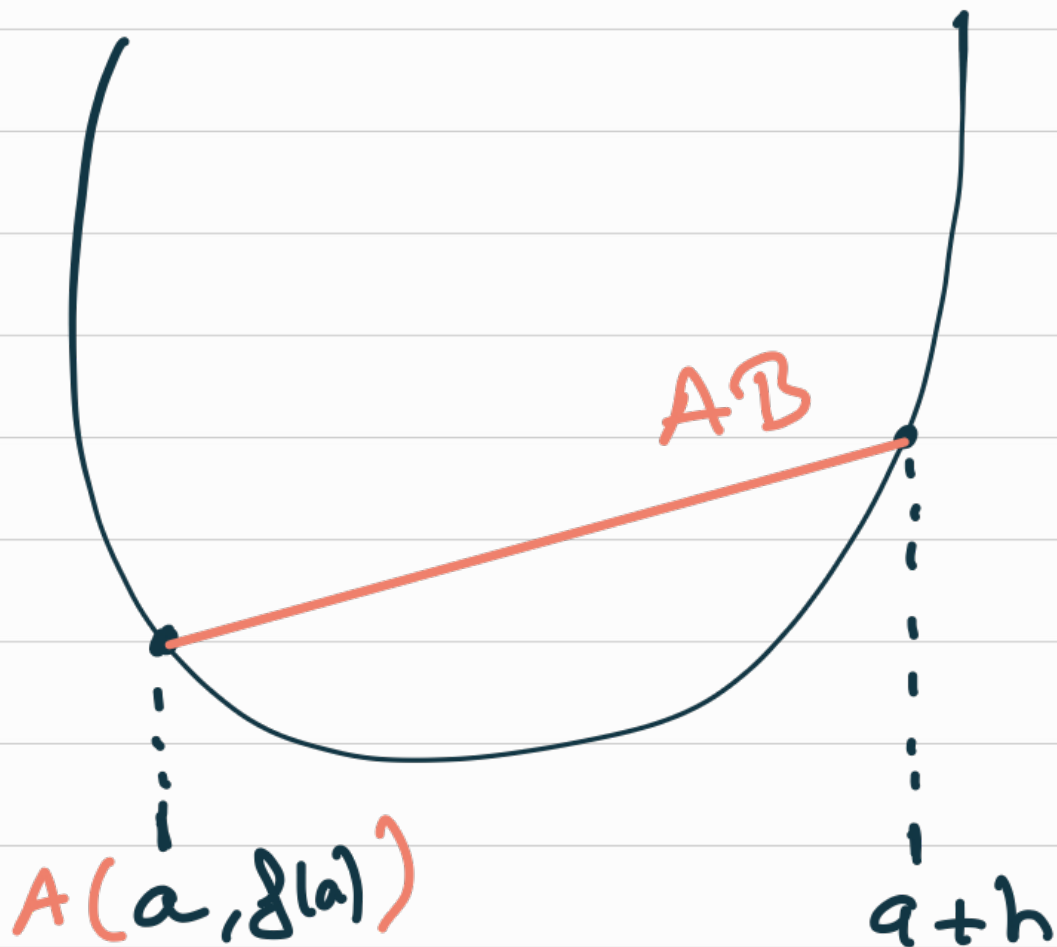
$$\begin{aligned}\cdot f(2+h) &= 3(2+h) - 2 \\ &= 3 \times 2 + 3 \times h - 2 \\ &= 3h + 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cdot f(2+h) - f(2) &= 3h + \cancel{4} - \cancel{4} \\ &= 3h\end{aligned}$$

$$\cdot \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{\cancel{3h}}{\cancel{h}} = 3$$

$$\text{donc } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3$$

Alors f est dérivable
au point $a = 2$ et $f'(2) = 3$.



example :

$$C(x) = 0,005x^2 + 30x + 500$$

Calcular $C'(200)$.

$$C(200) = 200 + 30 \times 200 + 500$$

$$= 200 + 6000 + 500$$

$$= 6700.$$

$$C(200+h) = 0,005(200+h)^2 + 30(200+h) + 500$$

$$= 0,005(40000 + 400h + h^2) + 6000 + 30h + 500$$

$$= 200 + 2h + 0,005h^2 + 6500 + 30h$$

$$= 0,005h^2 + 32h + 6700$$

$$\bullet C(200+h) - C(200)$$

$$= 0,005h^2 + 32h + \cancel{6700} - \cancel{6700}$$

$$= 0,005h^2 + 32h$$

$$\bullet \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{C(200+h) - C(200)}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{0,005h^2 + 32h}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \overbrace{0,005h + 32}^g \quad \downarrow g(c)$$

$$= 0,005 \times 0 + 32 = 32.$$

donc C est dérivable en
 $a = 200$ et $C'(200) = 32$

exemple

$$x(1+h) = \underbrace{(1+h)^3}_{(1+h)^2(1+h)} - 3(1+h)$$

$$(1+h)^2(1+h)$$

$$= (1 + 2h + h^2)(1+h)$$

$$= 1 + h + 2h + 2h^2 + h^2 + h^3$$

$$= h^3 + 3h^2 + 3h + 1$$

La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est la droite d'équation :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

exemple :

$$f'(2) = 3 \quad \text{et} \quad f(2) = 1.$$

$$T_2 f : y = 3(x-2) + 1.$$

$$y = 3x - 6 + 1$$

$$y = 3x - 5.$$

exercice:

$$f(x) = x^2 + 2x.$$

Déterminer l'équation de
la tangente au point d'abscisse
 $a = 2$

$$f(2) = 8$$

$$\begin{aligned} f(2+h) &= (2+h)^2 + 2(2+h) \\ &= 4 + 4h + h^2 + 4 + 2h \\ &= h^2 + 6h + 8 \end{aligned}$$

$$f(2+h) - f(2) = h^2 + 6h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 6h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h + 6$$

$$= 6$$

donc $f'(2) = 6$

Ainsi : $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$$y = 6(x-2) + 8$$

$$y = 6x - 12 + 8$$

done

$$y = 6x - 4$$