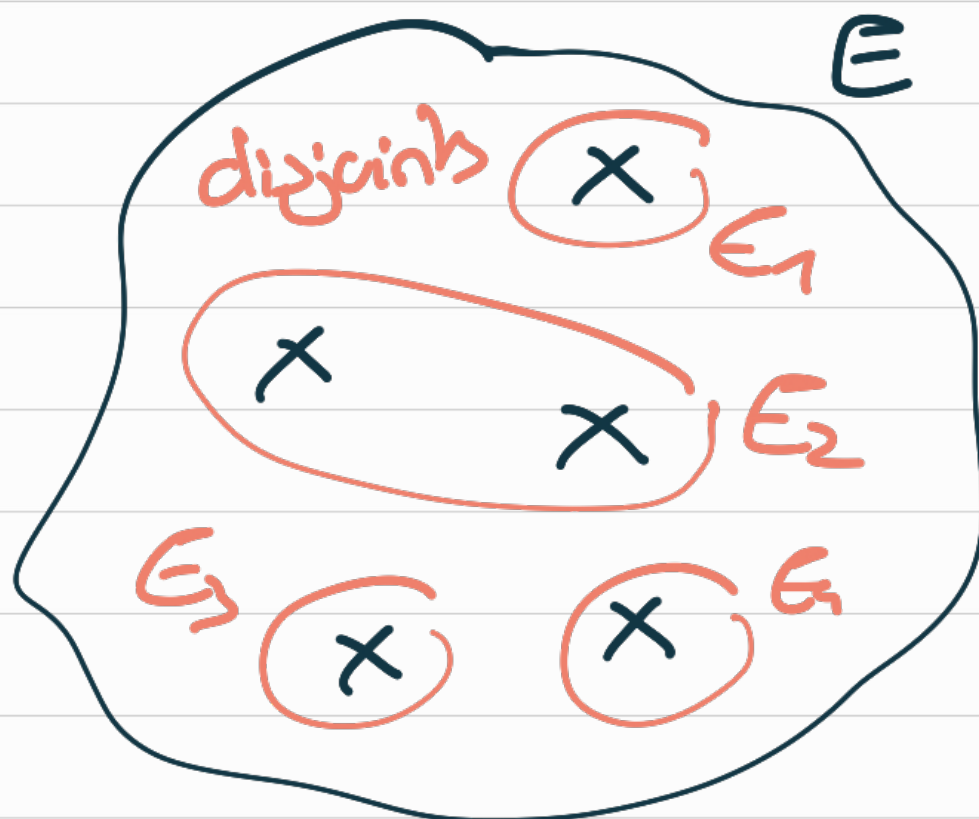


Combinatoire

① Ensembles



$\text{Card}(E) = \text{nb. d'éléments dans } E$

• $\text{Card}(E_1 \cup \dots \cup E_n) =$
 $\text{Card}(E_1) + \dots + \text{Card}(E_n)$

disjoints

$$\bullet E_1 \times E_2 = \{ (x, y) : x \in E_1 \text{ et } y \in E_2 \}$$

$$\bullet E_1 \times \dots \times E_n = \{ \overbrace{(x_1, \dots, x_n)}^{n\text{-uplets}} : x_1 \in E_1, \dots, x_n \in E_n \}$$

$$\text{Card}(E_1 \times \dots \times E_k)$$

$$= \text{Card}(E_1) \times \dots \times \text{Card}(E_k)$$

② Combinatoire

- ranger un k -uplet d'éléments de E avec $\text{Card}(E) = n$



- L'ordre des éléments compte et il peut y avoir des répétitions.

Le nombre de k -uplets dans un ensemble E de $\text{Card}(E) = n$ est :

$$\text{Card}(E^k) = n^k$$

exemple : $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Combien de couples se
peuvent former ?

$$(1, 2) \neq (2, 1) \text{ car}$$

$$(1, 1) \text{ car } (2, 2)$$

$$\Rightarrow \text{Card}(E^2) = S^2 = 25$$

$$\text{Card}(E^3) = S^3 = 125$$

• ranger un k -uplets
d'éléments distincts de E avec
 $\text{Card}(E) = n$

↳ l'ordre des éléments
compte et on ne fait pas
de répétition.

$\Rightarrow$ appelé un arrangement.
de k éléments parmi n

Le nombre d'arrangements
de k éléments parmi n

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

eq: $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$

example: $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Combien d'arrangements de 3-éléments de E ?

$${}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!}$$

$$= \frac{\cancel{1} \times \cancel{2} \times 3 \times 4 \times 5}{\cancel{1} \times \cancel{2}}$$

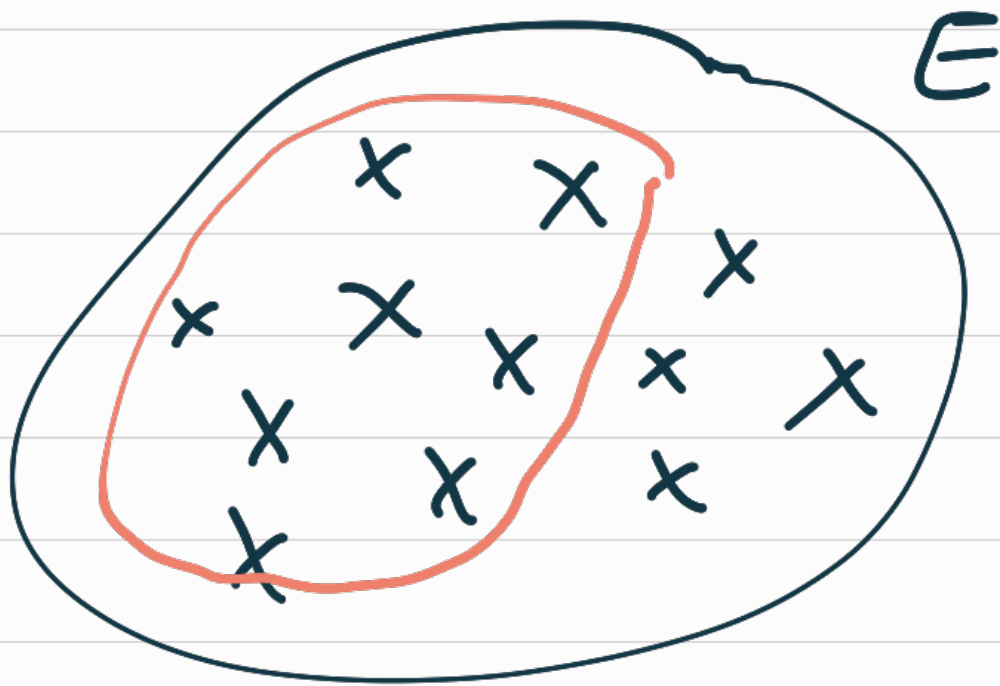
$$= 12 \times 5$$

$$= 60$$

- n - arrangement parmi n
= permutation

Le nombre de permutations de n - éléments est $n!$

- ranger un paquet de k éléments de E avec $\text{Card}(E) = n$



- L'ordre des éléments ne compte pas mais il n'y a pas de répétitions.

$\Rightarrow$ appelé une combinaison de k éléments parmi n

Le nombre de combinaisons
de k -éléments parmi n est

$$\binom{n}{k}$$

Def : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$

• $\binom{n}{0} = 1$ • $\binom{n}{n} = 1$

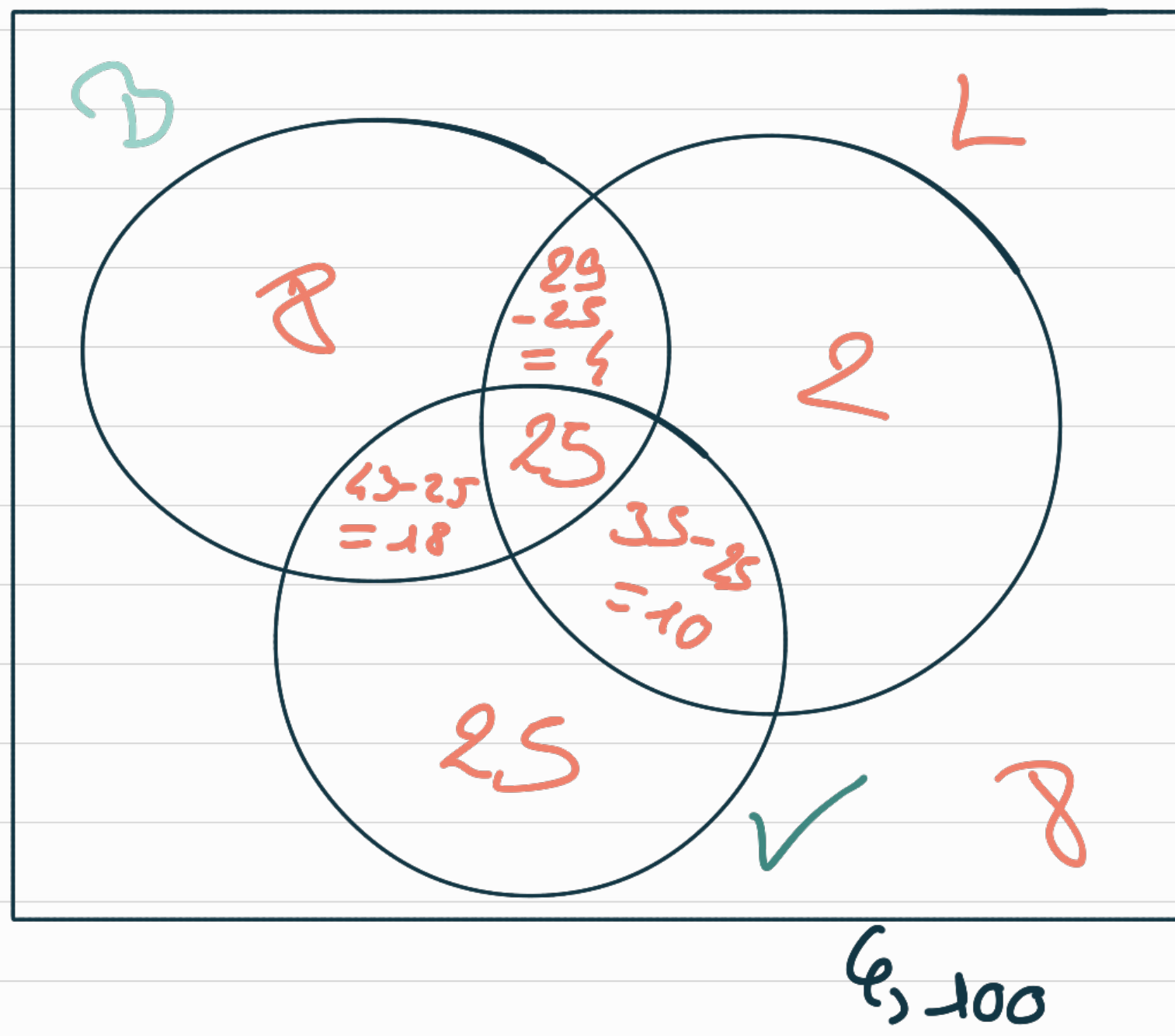
• $\binom{n}{1} = n$

exercice 66:

L : Papins $\rightarrow 41$

B : blancs $\rightarrow 55$

V : vaccinés. $\rightarrow 78$



a) 4 lapins blancs non vaccinés

b) 8 animaux.